

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**CARACTERIZAÇÃO DE MICROESTRUTURAS POROSAS A PARTIR DA
ANÁLISE DE IMAGENS DIGITAIS: PERMEABILIDADE INTRÍNSECA E FATOR
DE FORMAÇÃO**

Dissertação submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

HENRIQUE CESAR DE GASPARI

Florianópolis, maio de 2006

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**CARACTERIZAÇÃO DE MICROESTRUTURAS POROSAS A PARTIR DA
ANÁLISE DE IMAGENS DIGITAIS: PERMEABILIDADE INTRÍNSECA E FATOR
DE FORMAÇÃO**

HENRIQUE CESAR DE GASPARI

**Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de
MESTRE EM ENGENHARIA**

**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA
sendo aprovada em sua forma final.**

Prof. Celso Peres Fernandes, Dr. Eng. - Orientador

Prof. José Antônio Bellini da Cunha Neto, Dr. - Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Prof. Paulo Cesar Philippi, Dr. Ing. - Presidente

Prof. Amir Antônio Martins de Oliveira Júnior, Ph.D.

Prof. Carlos Roberto Appoloni, Dr.

**“...É preciso o amor pra poder pulsar, é preciso paz pra poder sorrir, é preciso a chuva
para florir.**

**Penso que cumprir a vida seja simplesmente
Compreender a marcha, e ir tocando em frente
Como um velho boiadeiro levando a boiada,
Eu vou tocando os dias pela longa estrada eu vou,
Estrada eu sou
Todo mundo ama um dia, todo mundo chora,
Um dia a gente chega, no outro vai embora
Cada um de nós compõe a sua história,
E cada ser em si, carrega o dom de ser capaz,
De ser feliz...”**

**Trecho de “Tocando em Frente”
Autores: Renato Teixeira e Almir Sater**

Às pessoas que moram no meu coração.

AGRADECIMENTOS

À Mariana Bertoncini, que sempre esteve ao meu lado nesta etapa da minha vida.

À Nair, minha mãe, e às minhas irmãs, Silvana, Adriana e Cristiana, que sempre me apoiaram e me ajudaram nas minhas escolhas.

Ao Celso pela parceria e pelo apoio na elaboração desta dissertação.

Ao Carlos R. O. Rodrigues e ao Raphael A. M. Vieira pela ajuda na obtenção das imagens e dos resultados experimentais.

Aos amigos, que estiveram juntos nos momentos de descontração.

Ao pessoal do LMPT pelo excelente ambiente de trabalho.

Aos membros da banca, Prof. Paulo Cesar Philippi, Prof. Amir Antônio Martins de Oliveira Júnior e Prof. Carlos Roberto Appoloni.

À ANP e à coordenação do MecPetro pelo apoio financeiro.

À DEUS.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	III
LISTA DE TABELAS	V
RESUMO	VII
ABSTRACT	VIII
1 INTRODUÇÃO	01
2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS	05
2.1 Introdução	05
2.2 Porosidade	05
2.2.1 Método de intrusão de mercúrio	06
2.2.2 Método de expansão a gás	07
2.2.3 Análise de imagens digitais	08
2.2.4 Transmissão de raios gama e microtomografia de raios X	09
2.3 Permeabilidade Intrínseca	10
2.4 Fator de Formação	11
3 REVISÃO DOS MODELOS SÉRIE-PARALELO	14
3.1 Introdução	14
3.2 Modelos para Determinar a Permeabilidade Intrínseca	14
3.3 Modelos Série-Paralelo	16
3.3.1 Modelo proposto por Childs e Collis-George (1950)	20
3.3.2 Modelo proposto por Marshall (1958)	20
3.3.3 Modelo proposto por Millington e Quirk (1960)	22
3.3.4 Modelo proposto por Reznik (1971)	23
3.3.5 Modelo proposto por Philippi (2001)	27
3.4 Equação Geral dos Modelos Série-Paralelo	29
3.5 Considerações Finais sobre a Revisão dos Modelos Série-Paralelo	31
4 MÉTODO DE <i>RANDOM WALK</i>	33
4.1 Introdução	33
4.2 O Método de <i>Random Walk</i>	34

5 CARACTERIZAÇÃO DE MEIOS POROSOS ATRAVÉS DA ANÁLISE DE IMAGENS DIGITAIS	38
5.1 Introdução	38
5.2 Preparação das Lâminas e Aquisição das Imagens	38
5.3 Segmentação	41
5.4 Função de Correlação e Reconstrução 3-D	45
5.5 Distribuição de Tamanho de Poros	49
6 RESULTADOS	52
6.1 Introdução	52
6.2 Resultados de Porosidade	52
6.3 Resultados de Permeabilidade Intrínseca	57
6.3.1 Resultados para o modelo de Reznik (1971)	57
6.3.2 Resultados para o modelo de Reznik (1971) com $f^2(\phi) = \phi^2$	62
6.3.3 Resultados para o modelo de Philippi (2001)	65
6.4 Resultados de Fator de Formação	66
7 CONCLUSÕES	73
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	76
ANEXO A – O MODELO DE GAUSSIANA TRUNCADA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	81
ANEXO B – NOÇÕES DE GEOMETRIA DISCRETA E MORFOLOGIA MATEMÁTICA	85

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Configuração típica cavidade-garganta	07
Figura 2.2 – Esquema de um porsímetro de expansão a gás	08
Figura 2.3 – Esquema de um fluido escoando em uma amostra porosa	10
Figura 2.4 – Recipiente contendo um fluido condutor de eletricidade	11
Figura 2.5 – Meio poroso saturado com um fluido condutor de eletricidade	12
Figura 3.1 – Tubo capilar	17
Figura 3.2 – Amostra cúbica formada por um feixe de capilares paralelos	17
Figura 3.3 – Amostra cilíndrica de uma microestrutura porosa	19
Figura 3.4 – Elementos do modelo	19
Figura 3.5 – Encontros entre os poros	21
Figura 4.1 – Caminho aleatório percorrido por uma partícula (<i>random walker</i>)	34
Figura 4.2 – Meio poroso 3-D reconstruído com um modelo de Gaussiana truncada	36
Figura 4.3 – Partícula posicionada no centro de um <i>voxel</i> com seus 26 vizinhos	36
Figura 4.4 – Relação linear entre o tempo e a média do deslocamento ao quadrado	37
Figura 5.1 – Testemunhos	39
Figura 5.2 – Plugue de uma rocha consolidada	40
Figura 5.3 – Seqüência de preparação de uma lâmina	40
Figura 5.4 – Microscópio óptico de luz transmitida	41
Figura 5.5 – Imagem colorida de uma seção plana de uma rocha reservatório obtida por micriscopia óptica	42
Figura 5.6 – Imagem binária correspondente a imagem colorida da Fig. 5.5	42
Figura 5.7 – Problemas presentes nas imagens de rochas reservaório que afetam na etapa de binarização	44
Figura 5.8 – Função de Correlação	46
Figura 5.9 – Alcance de correlação	48
Figura 5.10 – Imagem 3-D reconstruída com um modelo de Gaussiana truncada	48
Figura 5.11 – Imagem original	50
Figura 5.12 – Imagem cuja fase branca foi submetida a uma operação de abertura	50
Figura 6.1 – Exemplo de uma das imagens do conjunto da amostra A043	53
Figura 6.2 – Exemplo de uma das imagens do conjunto da amostra B008	53
Figura 6.3 – Exemplo de uma das imagens do conjunto da amostra CL28	53
Figura 6.4 – Distribuição de tamanho de poros da amostra CL10 obtida por intrusão de mercúrio	60
Figura 6.5 – Distribuição de tamanho de poros da amostra CL10 obtida por morfologia matemática	60

Figura 6.6 – Funções de correlação da amostra A043_HR para a porosidade obtida com análise de imagens e para a porosidade experimental	71
Figura B.1 – Representação das vizinhanças: (a) vizinhos diretos de P (em preto) e (b) vizinhos indiretos de P (em preto)	86
Figura B.2 – Ponderações para deslocamentos associados às métricas d_4 e d_8	87
Figura B.3 – Um exemplo de cálculo de distância entre dois <i>pixels</i>	87
Figura B.4 – Ponderações locais para a métrica d_{3-4}	88
Figura B.5 – A máscara de base para a métrica d_{5-7-11}	88
Figura B.6 – As semi-máscaras para a métrica d_{3-4}	89
Figura B.7 – Uma imagem binária e sua codificação em IDC com métrica d_{3-4}	90
Figura B.8 – Bolas de raio igual a 2 para as métricas d_4 , d_8 e d_{3-4}	90
Figura B.9 – Aspecto das bolas para as métricas d_4 , d_8 e d_{3-4}	91
Figura B.10 – Ilustração do princípio da operação de erosão	92
Figura B.11 – Ilustração do princípio da operação de dilatação	93
Figura B.12 – ilustração da operação de abertura	93

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Valor esperado da área de intersecção entre os poros	26
Tabela 3.2 – Porosidade de interface	27
Tabela 3.3 – Termos da Eq. 3.23 para os modelos série-paralelo que consideram a probabilidade de interação entre os poros com base no volume de poros	30
Tabela 6.1 – Comparativo entre os resultados experimentais (intrusão de mercúrio ou expansão a gás) e os resultados de porosidade obtidos com análise de imagem para conjuntos de imagens de uma mesma lâmina, com diferentes resoluções espaciais	55
Tabela 6.2 – Comparativo entre os valores de porosidade obtidos por técnicas experimentais (expansão a gás ou intrusão de mercúrio) com os obtidos por análise de imagens digitais	56
Tabela 6.3 – Resultados de permeabilidade intrínseca obtidos com o modelo de Reznik (1971) para curvas de distribuição de tamanho de poros obtidas por morfologia matemática comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela <i>Core Lab</i>	58
Tabela 6.4 – Resultados de permeabilidade intrínseca obtidos com o modelo de Reznik (1971) para distribuições de tamanho de poros obtidas por intrusão de mercúrio comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela <i>Core Lab</i>	59
Tabela 6.5 – Resultados de permeabilidade intrínseca obtidos com o modelo de Reznik (1971) para $f^2(\phi) = \phi^2$ para curvas de distribuição de tamanho de poros obtidas por morfologia matemática comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela <i>Core Lab</i>	63
Tabela 6.6 – Resultados de permeabilidade intrínseca obtidos com o modelo de Reznik (1971) para $f^2(\phi) = \phi^2$ para distribuições de tamanho de poros obtidas por intrusão de mercúrio comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela <i>Core Lab</i>	64
Tabela 6.7 – Resultados de permeabilidade intrínseca obtidos com o modelo proposto por Philippi (2001) para curvas de distribuição de tamanho de poros obtidas por morfologia matemática comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela <i>Core Lab</i>	65
Tabela 6.8 – Comparação do fator de formação de microestruturas 3-D modeladas com um modelo de Gaussiana truncada	67

Tabela 6.9 – Resultados de fator de formação para as amostras de rochas reservatório comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela <i>Core Lab</i>	69
Tabela 6.10 – Resultados de fator de formação para as amostras de rocha reseratório com a porosidade experimental comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela <i>Core Lab</i>	70
Tabela 6.11 – Resultados comparativos para diferentes <i>N</i>	72

RESUMO

A caracterização de materiais porosos se constitui em um problema de grande interesse científico e tecnológico. A determinação de propriedades macroscópicas de transporte destes materiais tem aplicação em várias áreas, como a de solos, a de produção de petróleo e as de construção civil e construção mecânica, por exemplo. No presente trabalho, são apresentados métodos computacionais utilizados para a estimativa da permeabilidade intrínseca e do fator de formação. Aliadas a estes métodos computacionais são utilizadas técnicas de análise de imagens digitais. Para a estimativa da permeabilidade intrínseca, utilizou-se os modelos série-paralelo. Estes modelos utilizam a distribuição de tamanho de poros para o cálculo da permeabilidade e são caracterizados por permitirem uma rápida obtenção dos resultados. O fator de formação é determinado com uma relação entre a resistividade elétrica efetiva de um meio saturado com um fluido condutor e a resistividade deste fluido. Para a obtenção da resistividade efetiva de uma microestrutura porosa utilizou-se o método de *Random Walk*. A verificação da validade dos modelos aqui estudados foi feita aplicando tais modelos a rochas reservatório de petróleo. Utilizando-se lâminas delgadas confeccionadas a partir de amostras de rochas reservatório foram obtidas imagens digitais com o auxílio de microscópios ópticos. Estas imagens foram segmentadas e a partir delas foram obtidas a porosidade, a distribuição de tamanho de poros e a correlação das microestruturas destas amostras. Com a distribuição de tamanho de poros, obtida através de morfologia matemática, foram obtidos resultados de permeabilidade intrínseca utilizando algumas propostas de modelos série-paralelo. A correlação foi utilizada na reconstrução de imagens tridimensionais usando um modelo de Gaussiana truncada, e essas imagens foram utilizadas na obtenção de resultados para o fator de formação.

ABSTRACT

The characterization of porous materials constitutes a problem of scientific and technological interest. Determination of the macroscopic properties of the porous medias have application in many areas, such as production of petroleum, civil and mechanical engineering, for example. In the present work are presented computational methods to estimate the intrinsic permeability and the formation factor. With this methods are used the techniques of digital image analysis. The intrinsic permeability is determined using series-parallel, or cut-and-rejoin, models. These models calculate the permeability from the porous size distributions functions and are characterized by the easy of use and for obtaining fast results. The formation factor is determined by the relation between the electrical resistivity of the porous media saturated with a conducting fluid and the electrical resistivity of this fluid. The Random Walk method is used to calculate the resistivity of the fluid saturated porous media. These computational methods to estimate the intrinsic permeability and the formation factor are applied to reservoir rocks. Digital images were captured from thin sections of the reservoir rocks with optical microscopes. This images were segmented, and from the binary images, the porosity, the porous size distribution and the correlation function of the cores were determined. Using the porous size distribution determined from mathematic morphology the results of intrinsic permeability are obtained using some propositions of series-parallel models. The correlations are used to reconstruct the three-dimensional images using a truncated Gaussian model, and the 3-D images are used to obtained the formation factor.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A caracterização de materiais porosos se constitui em um problema de grande interesse científico e tecnológico. A determinação de propriedades macroscópicas de transporte destes materiais tem aplicação em várias áreas, como a de solos, a de produção de petróleo e as de construção civil e de construção mecânica, por exemplo.

A geometria das microestruturas porosas pode apresentar um alto grau de complexidade, por isso, são várias as propriedades, geométricas ou físicas, que caracterizam estes materiais. Entre estas propriedades, pode-se citar: a porosidade, a distribuição de tamanho de poros, a permeabilidade e os parâmetros elétricos (fator de formação e índice de resistividade).

Inicialmente, estas propriedades eram estudadas através de experimentos e modelos simplificados. Recentemente, com o desenvolvimento na área da informática e das técnicas de análise de imagens digitais, surgiu uma nova forma de caracterizar meios porosos utilizando-se imagens de seções planas das amostras.

Neste trabalho, objetiva-se estimar duas propriedades a partir da análise de imagens digitais: a permeabilidade intrínseca e o fator de formação.

Para isto, o modelo escolhido para a estimativa da permeabilidade intrínseca foi o série-paralelo. Este tipo de modelo surgiu com Childs e Collis-George, em 1950, e utiliza como dado de entrada a distribuição de tamanho de poros. Neste modelo, assume-se que o meio poroso é formado por uma sobreposição de várias seções, e que, ao pegar a distribuição de tamanho de poros de uma destas seções e fazer a interação entre todas as classes de tamanho de poros, é possível obter-se a permeabilidade. A idéia de se utilizar uma propriedade geométrica medida em uma seção do meio poroso para calcular a permeabilidade, vai de encontro com a idéia das técnicas de análise de imagens digitais aplicadas na caracterização de meios porosos. Com estas técnicas procura-se obter propriedades do meio poroso a partir de imagens de seções do meio poroso, entre elas a distribuição de tamanho de poros, dado de entrada para os modelos série-paralelo. Normalmente, os trabalhos sobre modelos série-paralelo utilizam a distribuição de tamanho de poros obtida a partir de curvas experimentais de pressão capilar, que revelam uma distribuição de

tamanhos de poros no espaço 3-D, pois são medidas utilizando o volume da amostra, e não uma seção desta.

Para a estimativa do fator de formação, utilizou-se a técnica de *Random Walk*, que permite determinar a condutividade elétrica de uma microestrutura porosa saturada com um fluido condutor. Este método é bastante usual para a determinação da condutividade elétrica de materiais compostos, incluindo-se os materiais porosos. Na simulação para determinar a condutividade efetiva de um meio poroso, uma partícula é lançada no espaço poroso, podendo caminhar para qualquer direção, percorrendo um caminho aleatório no espaço poroso. O espaço poroso utilizado na simulação é uma imagem tridimensional reconstruída a partir de informações medidas nas imagens bidimensionais.

Os estudos desenvolvidos são aplicados a rochas reservatório. O fator de formação e a permeabilidade intrínseca são propriedades importantes na predição do volume de óleo armazenado no reservatório de petróleo e na obtenção do fator de recuperação. Através do fator de recuperação, é possível prever o volume de hidrocarbonetos que poderá ser extraído do reservatório.

Para a caracterização de rochas reservatório, convencionalmente são realizados experimentos em laboratório utilizando-se amostras (plugues) extraídos de testemunhos, sendo estas amostras retiradas diretamente do poço. Estes experimentos envolvem a preparação de amostras e a injeção de um fluido no meio poroso, consumindo, em geral, um tempo considerável. Além disto, alguns experimentos apresentam custos elevados. Com a busca por otimizar os processos de produção de petróleo incentivou-se o desenvolvimento de novas formas de estudo e determinação das propriedades petrofísicas, buscando-se maior rapidez e/ou menor custo. Dentre elas, destaca-se a análise de imagens digitais que, aliada à análise microscópica de seções planas do material, mostrou-se uma poderosa ferramenta na obtenção das propriedades de meios porosos. Para as rochas reservatório, a análise microscópica das lâminas delgadas, também conhecida como análise petrográfica, visava em sua origem apenas a determinação das várias proporções dos minerais presentes na rocha. Esta caracterização de meios porosos utilizando as técnicas de análise de imagens envolve diversas etapas. Para rochas reservatório estas etapas são as seguintes: obtenção da amostra, preparação da lâmina delgada, captura das imagens, binarização, caracterização da microestrutura porosa, reconstrução tridimensional do meio poroso e simulação do escoamento de um fluido, ou da condução de eletricidade ou calor no espaço poroso.

No presente trabalho, os resultados obtidos com os modelos computacionais são comparados com resultados fornecidos por técnicas experimentais. Com isto, objetivou-se avaliar a confiabilidade dos modelos série-paralelo na estimativa da permeabilidade intrínseca e da técnica de *Random Walk* na estimativa do fator de formação.

As imagens petrográficas utilizadas foram cedidas pelo Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo Américo Miguez de Mello (CENPES), da Petrobras, junto com os resultados fornecidos pelas análises petrofísicas, que obtém resultados para as propriedades das rochas reservatório através de experimentos realizados em laboratório. Através do CENPES/Petrobras, também foram obtidas imagens de lâminas petrográficas da *Core Lab*, empresa prestadora de serviços na descrição de reservatórios de petróleo. Além dos dados de porosidade, permeabilidade intrínseca e fator de formação, estas amostras, para as quais a *Core Lab* disponibilizou as imagens, apresentam, também, as curvas de pressão capilar obtidas com intrusão de mercúrio.

Inicia-se este trabalho fazendo-se uma breve apresentação, no Capítulo 2, dos conceitos fundamentais das propriedades estudadas.

No Capítulo 3, é feita uma revisão dos modelos série-paralelo que serviram de base para os estudos realizados sobre a determinação da permeabilidade intrínseca. No Capítulo 4, é apresentada uma revisão do método *Random Walk*, utilizado na estimativa da condutividade elétrica de um material composto em um sistema que apenas uma fase é condutora de eletricidade.

No início do Capítulo 5, apresenta-se como são obtidas as imagens de rochas reservatório e como foram feitas as binarizações, ou segmentações, destas imagens. Após isto, são apresentadas as técnicas de análise de imagens digitais utilizadas na determinação da distribuição de tamanho de poros, na determinação da correlação e na reconstrução do meio 3-D.

Os resultados obtidos são apresentados no Capítulo 6, iniciando-se com os resultados de porosidade obtidos pelo método de análise de imagens digitais, comparados com os resultados experimentais obtidos pela expansão a gás ou pela intrusão de mercúrio. É feita também uma comparação entre os resultados de porosidade para imagens de uma mesma lâmina capturadas com diferentes resoluções espaciais. Para a permeabilidade intrínseca, são obtidos resultados com o modelo de Reznik (1971) para curvas de distribuição de tamanho de poros obtidas por morfologia matemática e por intrusão de mercúrio. Após isto, partindo-se do

modelo de Reznik (1971) são feitas considerações acerca do processo de interação entre os poros, obtendo-se a equação para a determinação da permeabilidade como proposta por Marshall (1958). Novamente são obtidos resultados utilizando-se as curvas de distribuição de tamanho de poros obtidas por morfologia matemática e por intrusão de mercúrio. Para finalizar a parte de resultados dos modelos série-paralelo, são obtidos resultados através do modelo proposto por Philippi (2001).

Para o fator de formação, são obtidos resultados para meios 3-D reconstruídos com um modelo de Gaussiana truncada (Liang et al., 1998) considerando-se um modelo de correlação exponencial. Estes resultados são comparados com os resultados obtidos por Ioannidis et al. (1995), no intuito de analisar o funcionamento do algoritmo implementado. Os resultados para as rochas reservatório são apresentados utilizando-se as imagens reconstruídas com as correlações médias das imagens. Posteriormente é feita uma mudança do valor da porosidade destes meios 3-D para o valor de porosidade fornecido pelas análises petrofísicas, que comumente são maiores, no intuito de verificar a influência desta variação de porosidade na estimativa do fator de formação utilizando o método *Random Walk*. Além de os métodos ópticos fornecerem valores de porosidade menores do que outros métodos, o modelo de reconstrução tridimensional utilizado gera meios com poros isolados. Com isto, a microestrutura 3-D, utilizada na simulação, apresenta um valor de porosidade consideravelmente abaixo do valor de porosidade utilizado na determinação experimental do fator de formação. Finalmente, são obtidos resultados para uma mesma lâmina utilizando diferentes tamanhos de imagens 3-D, para verificar a representatividade destas imagens.

O Capítulo 7 é dedicado às conclusões e às sugestões para futuros trabalhos.

CAPÍTULO 2

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

2.1 Introdução

Um grande número de propriedades pode ser utilizado para se caracterizar um material poroso. Dentre elas, a porosidade e a permeabilidade são as mais conhecidas. A primeira refere-se ao volume que pode ser ocupado por um fluido em uma estrutura porosa, e, a segunda, refere-se à capacidade do meio poroso permitir o fluxo desse fluido armazenado.

Além da porosidade e da permeabilidade, este trabalho tem por objetivo determinar o fator de formação. O fator de formação é uma propriedade que relaciona a resistividade, ou condutividade, elétrica de um meio poroso saturado com um fluido condutor com a resistividade, ou condutividade, do fluido que preenche o meio poroso.

Neste capítulo, em primeiro lugar, apresentam-se os conceitos fundamentais sobre a porosidade e algumas formas de se determinar esta propriedade. Em seguida também são apresentados os conceitos fundamentais e uma breve discussão de como podem ser obtidas experimentalmente a permeabilidade e o fator de formação.

2.2 Porosidade

A porosidade é a propriedade associada ao espaço disponível para o armazenamento de fluidos em um meio poroso. Considerando-se uma amostra porosa com um volume total V_T e um volume de poro V_p , a porosidade ϕ é definida como:

$$\phi = \frac{V_p}{V_T} \quad (2.1)$$

São observados dois tipos de porosidade:

- A total: que é a razão entre o volume de todo o espaço vazio da amostra e o volume total ocupado pela amostra;

- A efetiva: que é a razão entre o espaço vazio interconectado da amostra pelo volume total ocupado pela amostra.

A diferença entre as porosidades total e efetiva revela a quantidade de poros isolados, obtendo-se a porosidade não-efetiva.

Para as rochas reservatório, material analisado neste trabalho, pode-se classificar a porosidade de acordo com a sua origem como: primária, secundária e de fratura (Schmidt et al., 1977). A porosidade primária é aquela formada devido à deposição dos grãos e a porosidade secundária é aquela formada por processos geológicos subseqüentes à formação das rochas (diagênese). Os processos pós-deposicionais incluem também os processos tectônicos responsáveis pela geração de fraturas e porosidade de fratura.

Vários são os métodos utilizados para se determinar a porosidade de um material. Dentre estes, citam-se aqui alguns métodos que têm maior ligação com o presente trabalho: intrusão de mercúrio, expansão a gás, análise de imagens digitais, transmissão de raios gama e microtomografia de raios X. A seguir, é feita uma breve explanação de cada um destes métodos.

2.2.1 Método de intrusão de mercúrio

A intrusão de mercúrio é um método comumente utilizado para medir a porosidade da amostra e, a distribuição de tamanho de poros do material. Neste experimento, a amostra evacuada é colocada em um equipamento chamado Porosímetro e, através do aumento de pressão, o mercúrio invade o espaço poroso. Assumindo-se poros cilíndricos e o menisco esférico, para cada valor de pressão atribui-se um raio de poro através da equação de Young-Laplace:

$$\Delta p = p_{Hg} - p_o = \frac{-2 \cdot \gamma \cdot \cos \theta}{r} \quad (2.2)$$

sendo γ a tensão superficial, θ o ângulo de contato, r o raio do poro e Δp a diferença de pressão aplicada. Como a amostra é evacuada, a pressão p_o assume o valor zero e a diferença de pressão assume o valor da pressão p_{Hg} . Para a medição da porosidade, utiliza-se o volume final de mercúrio que invadiu os poros, que revela o volume poroso. O volume total da amostra é determinado imergindo esta amostra no mercúrio. A maioria dos materiais não é molhável ao mercúrio, desta forma, o

mercúrio não invade os poros à pressão atmosférica. Estando o mercúrio dentro de um recipiente graduado, a variação no nível de mercúrio, após a colocação da amostra, revelará o volume da amostra.

Ao se considerar uma configuração como a apresentada na Fig. 2.1, que representa uma cavidade de raio r_p e um estreitamento, ou garganta, de raio r_g , sendo $r_g < r_p$, a cavidade apenas será preenchida para uma pressão correspondente ao raio da garganta. Dessa maneira, o volume de mercúrio penetrado será atribuído ao poro de raio equivalente r_g , ocasionando uma sobreestimação do volume dos poros menores em detrimento dos maiores. De maneira geral, os ensaios de porosimetria com injeção de mercúrio trazem essa dificuldade na interpretação de seus resultados (Fernandes, 1994). Este tipo de configuração, apresentada na Fig. 2.1, é bastante freqüente na geometria de espaços porosos.

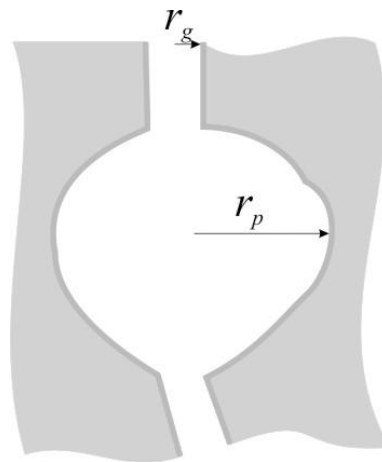


Figura 2.1 – Configuração típica cavidade-garganta

A porosidade efetiva e os tamanhos de poros medidos com a intrusão de mercúrio têm uma limitação ligada ao equipamento utilizado, que possui uma pressão máxima de trabalho. Poros muito pequenos exigem uma pressão muito alta para serem invadidos. Além do equipamento, a amostra também é um limitante para a máxima pressão a ser utilizada. A amostra deve resistir à pressão feita sobre ela, não deixando com que a estrutura porosa seja deformada.

2.2.2 Método de expansão a gás

Para a determinação da porosidade pelo método de expansão a gás, é realizado um experimento cujo esquema é apresentado na Fig. 2.2, que consiste na colocação de uma amostra de volume conhecido em um recipiente, também de volume conhecido, e preenchido com um gás. Sabendo-se a que pressão se

encontra este gás, e conectando-se o recipiente em que se encontra a amostra com um outro recipiente completamente evacuado e de volume conhecido, é possível calcular o volume de poros (porosidade efetiva) da amostra utilizando a seguinte relação:

$$V_p = V_T - V_a - V_b \cdot \left(\frac{p_2}{p_2 - p_1} \right) \quad (2.3)$$

sendo V_a o volume do recipiente que contém a amostra, V_b o volume do recipiente inicialmente evacuado, p_1 a pressão inicial do recipiente da amostra e p_2 a pressão final. A Eq. 2.3 é obtida a partir da equação de estado dos gases ideais.

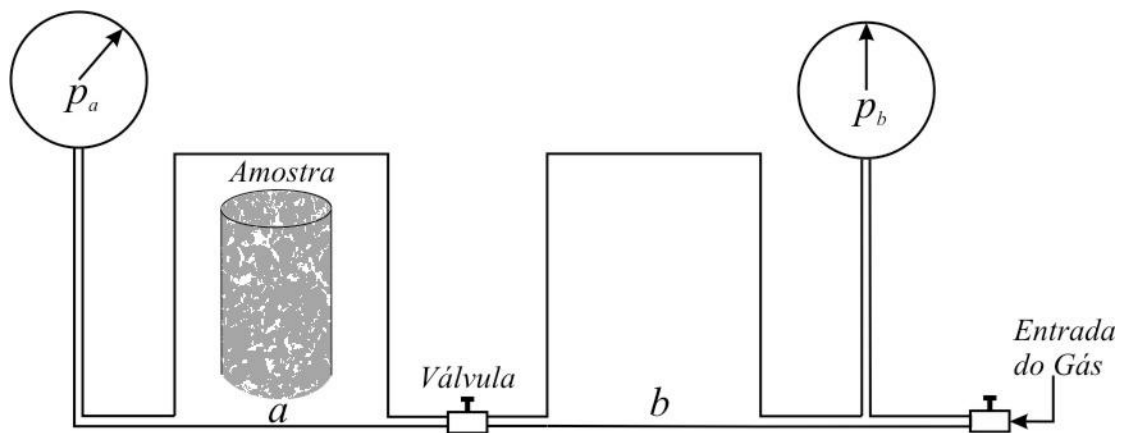


Figura 2.2 – Esquema de um porosímetro de expansão à gás

2.2.3 Análise de imagens digitais

Utilizam-se também métodos ópticos para se medir a porosidade. Neste caso, a porosidade de uma seção aleatória da amostra é considerada representativa da amostra, ou seja, assume-se que a razão entre a área porosa e a área da seção da amostra é equivalente à razão entre o volume poroso e o volume da amostra.

Uma forma de se determinar a porosidade utilizando-se a seção de uma amostra é a partir de imagens digitais desta seção. A partir destas imagens, são feitas segmentações, sendo definidas duas fases, a sólida e a porosa. Comumente, a fase sólida é pintada de preto e a porosa de branco. Nestas imagens segmentadas, conta-se o número de *pixels* brancos (fase porosa) e divide-se este valor pelo número de *pixels* da imagem. Este método foi o utilizado neste trabalho

para determinar a porosidade de rochas reservatório e será melhor detalhado no Capítulo 5.

As imagens das seções das amostras podem ser obtidas utilizando-se microscópios ópticos, MEV (microscópios de varredura eletrônica) ou microtomógrafos. Nos dois primeiros há a necessidade de se preparar as amostras para que elas sejam visualizadas nos microscópios. Na microtomografia, as imagens das seções podem ser obtidas sem destruir a amostra e sem a necessidade de impregnar a amostra com algum tipo de resina. Com isto, a mesma amostra pode ser utilizada em experimentos para determinar outras propriedades.

Os resultados de porosidade obtidos com métodos ópticos podem ser menor do que os obtidos por outros métodos. Isto ocorre devido à presença de poros muito pequenos (microporos) que não são observados durante a análise visual de uma seção da amostra. No caso da expansão a gás, o menor poro a ser detectado é o que pode ser acessado pela molécula do gás utilizado.

2.2.4 Transmissão de raios gama e microtomografia de raios X

O uso de alguns métodos tradicionais de determinação da porosidade inviabiliza a utilização posterior da amostra, pois são métodos destrutivos. E também são métodos que fornecem resultados médios globais para toda a amostra. Uma alternativa para contornar estas situações são os métodos de Transmissão de Raios Gama e de Microtomografia de Raios X.

A metodologia da transmissão de raios gama consiste em utilizar uma fonte radioativa que emita radiação gama para a determinação da densidade de uma determinada amostra (Rocha, 2005). A técnica de transmissão de raios gama é eficaz e precisa na caracterização de meios porosos, com a vantagem de ser uma técnica de baixo custo, se comparada com a Microtomografia de Raios X.

A Microtomografia de Raios X consiste no mapeamento do coeficiente de atenuação linear em uma seção da amostra analisada através da atenuação de um feixe de fótons (Rocha, 2005). Além da determinação da porosidade, a Microtomografia de Raios X permite avaliar a distribuição de tamanho de poros, uma vez que é possível a análise da estrutura interna do material. Para o mapeamento da estrutura interna da amostra, é feita uma varredura translacional e uma varredura rotacional no objeto. Atualmente, com a Microtomografia de Raios X, é possível caracterizar materiais com resolução espacial da ordem de micrometros.

2.3 Permeabilidade Intrínseca

Além da quantificação do volume poroso, é importante saber se o fluido armazenado pode ser extraído de uma microestrutura porosa. A permeabilidade é a propriedade que se refere à medida da capacidade de um meio poroso permitir o fluxo de fluidos. Quando apenas um fluido preenche o espaço poroso tem-se a permeabilidade intrínseca, ou permeabilidade absoluta, como é mais conhecida na indústria do petróleo.

O engenheiro francês Henry Darcy, em 1856, desenvolveu uma relação empírica para a permeabilidade onde a vazão volumétrica é proporcional à área transversal da amostra e ao potencial hidráulico, e inversamente proporcional ao comprimento da amostra. O potencial hidráulico corresponde à soma da energia potencial e da energia de pressão.

Considerando uma amostra na horizontal, como a apresentada na Fig. 2.3, com comprimento l , área transversal A_t e escoamento unidirecional a baixas velocidades, a lei de Darcy assume a seguinte forma:

$$Q = \frac{k \cdot A_t}{\mu} \cdot \left(\frac{\Delta p}{l} \right) \quad (2.4)$$

sendo k a permeabilidade, μ a viscosidade do fluido e Δp a diferença de pressão entre a entrada (p_e) e a saída (p_s) de fluido.

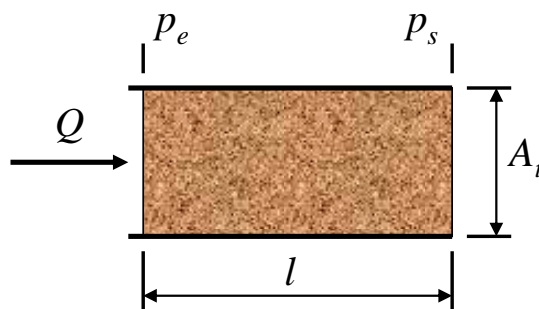


Figura 2.3 – Esquema de um fluido escoando em uma amostra porosa

A permeabilidade é uma propriedade que independe do fluido que preenche o espaço poroso, ela está relacionada apenas à estrutura porosa. De acordo com o Sistema Internacional de Unidades (SI), a permeabilidade é expressa em metros

quadrados. Mas, normalmente, a permeabilidade recebe a unidade de darcy (D), sendo 1D igual a $0,987 \times 10^{-12} \text{ m}^2$.

Experimentalmente, no CENPES/Petrobras, as medidas de permeabilidade de rochas reservatório são feitas em amostras cilíndricas (plugues). Estas amostras passam por uma etapa de limpeza para a retirada dos hidrocarbonetos e dos sais presentes nos poros. Durante a realização do experimento, é colocado, normalmente, um gás para escoar no espaço poroso. Como a amostra tem um formato cilíndrico, a área transversal e o comprimento são medidos facilmente. Aplicando-se uma diferença de pressão e medindo-se a vazão do gás, cuja viscosidade é conhecida, a permeabilidade é determinada com a Eq. 2.4 para uma amostra na horizontal.

2.4 Fator de Formação

O fator de formação é uma relação entre a resistividade elétrica de um meio poroso saturado com um fluido condutor e a resistividade elétrica deste fluido. Para esclarecer melhor esta propriedade, é apresentado um exemplo a seguir. Ao se pegar um recipiente de comprimento l e área transversal A_t , preenchido com um fluido condutor de eletricidade e, aplicando-se uma tensão E , como o apresentado na Fig. 2.4, a resistividade deste líquido será dada por:

$$R_w = \frac{E \cdot A_t}{I_w \cdot l} \quad (2.5)$$

sendo I_w a corrente elétrica.

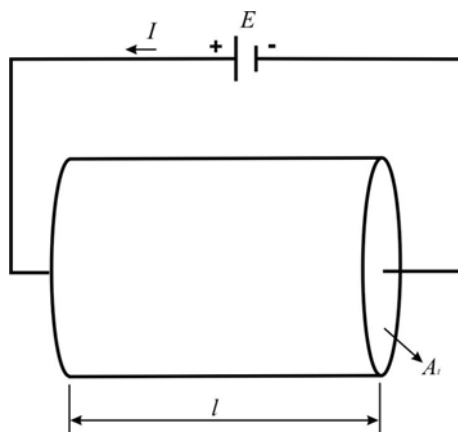


Figura 2.4 – Recipiente contendo um fluido condutor de eletricidade

Realizando-se o mesmo experimento, mas agora com uma amostra porosa, cuja matriz sólida é não condutora de eletricidade, completamente saturada pelo mesmo fluido do experimento anterior, como apresentado na Fig. 2.5, a resistividade efetiva (R_0) da amostra será dada por:

$$R_0 = \frac{E \cdot A_t}{I_0 \cdot l} \quad (2.6)$$

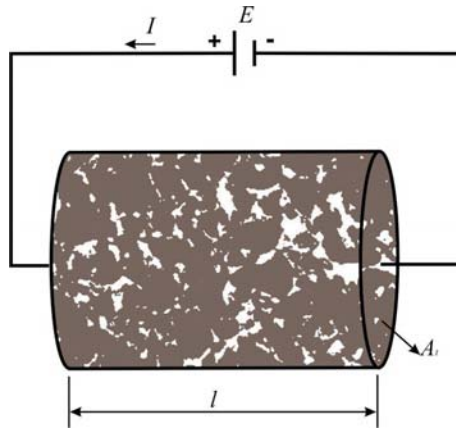


Figura 2.5 – Meio poroso saturado com um fluido condutor de eletricidade

Dividindo-se a Eq. 2.5 pela Eq. 2.6, chega-se a:

$$F = \frac{R_0}{R_w} = \frac{I_w}{I_0} \quad (2.7)$$

Archie (1942) definiu a Eq. 2.7 como sendo o fator de formação (F). O fator de formação é um parâmetro que apresenta valores maiores ou iguais a um, pois R_0 sempre será maior ou igual a R_w .

Através de estudos empíricos, Archie (1942) propôs que o fator de formação está inversamente relacionado à porosidade ϕ . Com isto, foi proposta a seguinte equação, conhecida como a “Lei de Archie”:

$$F = \phi^{-m} \quad (2.8)$$

sendo m o fator de cementação, que varia de acordo com o tipo de material da amostra porosa.

A porosidade sozinha não dá conta de carregar informações sobre o detalhamento geométrico e topológico da microestrutura. Tais detalhamentos geométricos e topológicos afetam a condutividade elétrica efetiva do meio poroso. Devido a isto, microestruturas de mesma porosidade podem apresentar diferentes valores de fator de formação. Desta forma, existe uma variedade de valores propostos para o fator de cementação (Sethi, 1979). Usualmente, para rochas porosas, o valor 2 é atribuído a m .

A medição experimental do fator de formação é feita, normalmente, junto com a medição de outro parâmetro elétrico, o índice de resistividade. No experimento para a medição do índice de resistividade, são utilizadas duas fases, água de formação e óleo, e são medidas as condutividades efetivas da amostra para variadas saturações de óleo do meio poroso. Como resultado final para o índice de resistividade, tem-se uma curva relacionando a razão entre a resistividade do fluido condutor e a resistividade efetiva do meio com a saturação da fase condutora de eletricidade. No CENPES/Petrobras, o método utilizado para medir estes parâmetros elétricos é o método da placa porosa. A amostra (plugue) é saturada 100% com água de formação (salmoura) e confinada em uma célula de aço, sobre o plugue é colocada uma placa cerâmica molhável à água e de poros muito pequenos. A função desta placa é garantir que não haverá fluxo de uma das fases para fora da amostra. Após isto, aplica-se uma diferença de potencial elétrico na amostra, e o fator de formação é a primeira medida feita, quando a amostra ainda está saturada apenas com a salmoura. Nesta primeira medida, obtém-se a resistividade do meio poroso (R_0). A resistividade da salmoura é obtida a partir da quantidade de cloreto de sódio na solução, utilizando-se tabelas ou equações.

CAPÍTULO 3

REVISÃO DOS MODELOS SÉRIE-PARALELO

3.1 Introdução

Os modelos série-paralelo assumem que o meio poroso é formado por uma sobreposição de seções, ou fatias. A permeabilidade é calculada a partir da distribuição dos tamanhos de poros medida em uma destas seções. Esta distribuição era obtida, normalmente, a partir de curvas de pressão capilar, e, no presente trabalho, é proposta a utilização de distribuições de tamanho de poros, obtidas com técnicas de análise de imagens digitais.

A partir do artigo de Childs e Collis-George (1950), pioneiro dos modelos série-paralelo, surgiram vários outros trabalhos discutindo e fazendo novas propostas acerca do assunto, e também apresentando aplicações para estes modelos em diversificadas áreas.

Antes da apresentação dos modelos série-paralelo, utilizados como base para os estudos realizados no presente trabalho, é feita uma breve discussão sobre outros modelos computacionais utilizados para a estimativa da permeabilidade.

3.2 Modelos para Determinar a Permeabilidade Intrínseca

Esta seção é destinada a apresentar alguns dos modelos ou métodos computacionais utilizados na estimativa da permeabilidade.

Vários modelos para a estimativa da permeabilidade acabam simplificando a geometria porosa. Dentre eles estão os modelos de capilares, nos quais os poros de uma microestrutura são substituídos por um conjunto de tubos capilares, considerados equivalentes. O modelo mais conhecido, baseado em tubos capilares, foi o de Carman-Kozeny, também chamado de modelo do Raio Hidráulico Médio. Os modelos de capilares, em sua maioria, são unidimensionais e os fluxos são descritos pela equação de Hagen-Poiseuille.

Dentre estes modelos, que estimam a permeabilidade simplificando a geometria porosa, estão os modelos estatísticos, como foram denominados em Dullien (1991). Neste caso, utiliza-se uma lei de probabilidade no cálculo da permeabilidade. Entre estes modelos, encontram-se os modelos série-paralelo, objeto de estudo do presente trabalho.

Outra forma de estimar a permeabilidade intrínseca, é através dos modelos baseados em redes de percolação. O meio poroso pode ser descrito como uma rede tridimensional interconectada, constituída de cavidades e gargantas. Esta rede normalmente apresenta geometria regular, e as cavidades e gargantas podem apresentar diversas formas e tamanhos. Os modelos de redes de percolação são baseados na determinação da distribuição de sítios e/ou ligações do meio poroso e na geração de uma rede regular equivalente. A partir da representação da estrutura microscópica do sistema poroso por modelos de rede de poros, é possível realizar a simulação do escoamento de fluidos e determinar propriedades do meio poroso como a permeabilidade.

Liang (1997) propõe um modelo que consiste em obter, sobre uma representação 3-D do meio poroso, um esqueleto geométrico, que proporciona um meio de visualização da rede porosa e dá informações tanto visuais como quantitativas sobre a conectividade do espaço poroso. A simulação do escoamento de um fluido pelo espaço poroso é feita sobre este esqueleto.

Bueno (2001) propõe um método de baixo custo computacional para a predição da permeabilidade intrínseca. Este método é baseado nas condutâncias hidráulicas das seções, associadas ao grafo de conexão entre seções seriais da microestrutura porosa tridimensional. Esta construção de um grafo de conexão serial é feita avaliando-se as seções seriais da estrutura tridimensional reconstruída. Estas estruturas tridimensionais podem ser reconstruídas, por exemplo, utilizando métodos como o Esferas Sobrepostas (Santos et al., 2002), ou o Simulated Annealing (Talukdar, 2002), ou o Gaussiana Truncada (Liang et al., 1998). Este último modelo de reconstrução, utilizado no presente trabalho, será comentado no Capítulo 5. Este método proposto por Bueno (2001) simplifica os fluxos, desconsiderando as resistências laterais e a geometria dos objetos.

Os modelos que simulam o escoamento de um ou mais fluidos no espaço poroso têm um custo computacional mais alto, pois procuram resolver o escoamento no espaço poroso, possibilitando a obtenção dos campos de velocidade e pressão. Outros modelos fornecem simplesmente o valor da permeabilidade. Um dos modelos que simulam o escoamento nos poros é o modelo booleano de gás em rede (Santos et al., 2002). Este modelo é composto basicamente de partículas de mesma massa e velocidade que podem ocupar somente determinadas posições em uma rede discreta. Todos os modelos de gás em rede apresentam, em um passo de evolução no tempo, duas etapas: colisão e propagação. A característica comum entre tais

modelos é a conservação do número de partículas e da quantidade de movimento em cada sítio. Estas partículas idealizadas, distribuídas em uma rede discreta, podem então ser forçadas a escoar através de um meio qualquer, de modo que possam ser medidas as propriedades macroscópicas do escoamento (Wolf, 2002).

A simulação do escoamento num meio poroso também pode ser feita utilizando-se o método de Lattice-Boltzmann (Santos et al., 2005). Este método é baseado na equação de transporte de Boltzmann. Os métodos tradicionais de simulação de processos físicos em microestruturas porosas baseiam-se na discretização da equação de Navier-Stokes. O método Lattice-Boltzmann é um método mesoscópico para a descrição de um sistema mecânico de partículas. Nos modelos Lattice-Boltzmann, as partículas são restritas a uma rede discreta, de forma que cada grupo de partículas pode se deslocar somente num número finito de direções e com um número limitado de velocidades. Assim, tanto o espaço físico quanto o espaço de velocidades são discretizados.

São vários os modelos existentes para a determinação da permeabilidade. Os modelos que trabalham com uma forma simplificada do meio poroso têm como característica a rapidez no fornecimento dos resultados. Já os modelos que trabalham com representações que buscam preservar a geometria porosa apresentam um custo computacional e um tempo de processamento maiores, porém, fornecem detalhes do escoamento no espaço poroso.

Buscando-se agilidade na obtenção dos resultados, optou-se por trabalhar com os modelos série-paralelo. Estes modelos utilizam apenas a distribuição de tamanho de poros na estimativa da permeabilidade. A idéia básica dos modelos série-paralelo será apresentada na próxima seção.

3.3 Modelos Série-Paralelo

Antes da revisão dos modelos série-paralelo, será feita a apresentação de um primeiro modelo para se determinar a permeabilidade de uma microestrutura porosa a partir do raio equivalente de seus poros. E também será apresentada a idéia básica dos modelos série-paralelo.

Para um tubo capilar com seção transversal circular, como o mostrado na Fig. 3.1, a velocidade média $\langle v \rangle$ do escoamento plenamente desenvolvido de um fluido incompressível no interior deste tubo será dada pela equação de Hagen-Poiseuille:

$$\langle v \rangle = -\frac{r^2}{8 \cdot \mu} \cdot \frac{\Delta p}{l} \quad (3.1)$$

sendo, μ a viscosidade do fluido, Δp a diferença entre a pressão na entrada (p_e) e a pressão na saída (p_s) do tubo, l o comprimento e r o raio do tubo capilar.

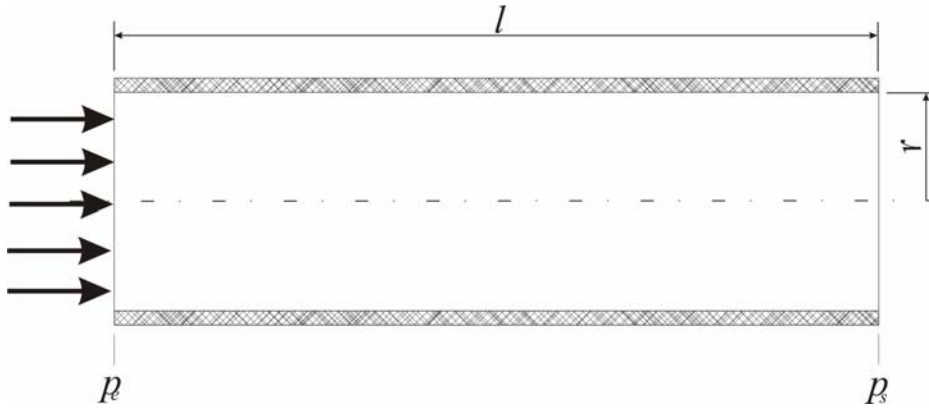


Figura 3.1 – Tubo Capilar

Considerando-se agora uma amostra cúbica de lados l , como a apresentada na Fig. 3.2, contendo n capilares paralelos de raio r , a porosidade ϕ será dada por:

$$\phi = \frac{V_p}{V_{amostra}} = \frac{n \cdot \pi \cdot r^2 \cdot l}{l^3} = \frac{n \cdot \pi \cdot r^2}{l^2} \quad (3.2)$$

onde $V_{amostra}$ neste caso é o volume do cubo e V_p é o volume poroso, que neste caso é o volume ocupado pelos n capilares.

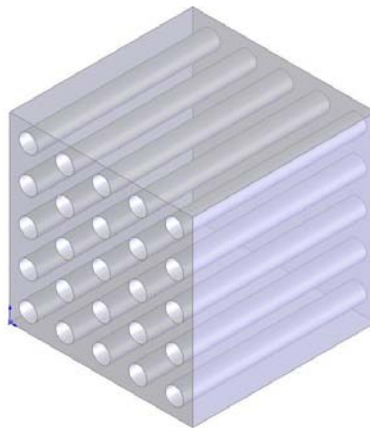


Figura 3.2 – Amostra cúbica formada por um feixe de capilares paralelos

A vazão volumétrica Q nesta amostra é dada por:

$$Q = n \cdot \langle v \rangle \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{n \cdot \pi \cdot r^4}{8 \cdot \mu} \cdot \frac{\Delta p}{l} \quad (3.3)$$

Como o escoamento do fluido no espaço poroso é considerado a baixas velocidades, a vazão nesta amostra também pode ser obtida pela lei de Darcy:

$$Q = \frac{k \cdot A_t}{\mu} \cdot \frac{\Delta p}{l} \quad (3.4)$$

sendo A_t a área transversal da amostra e k a permeabilidade.

Igualando-se a Eq. 3.3 à Eq. 3.4 chega-se a:

$$k = \frac{n \cdot \pi \cdot r^4}{8 \cdot l^2} \quad (3.5)$$

Utilizando-se agora a Eq. 3.2 para simplificar a Eq. 3.5 obtém-se:

$$k = \frac{\phi \cdot r^2}{8} \quad (3.6)$$

A Eq. 3.6 permite o cálculo da permeabilidade intrínseca de uma amostra a partir do raio equivalente de seus poros.

Os modelos série-paralelo surgiram com o trabalho de Childs e Collis-George (1950), o qual apresenta uma forma de estimar a permeabilidade intrínseca de uma microestrutura porosa a partir da sua distribuição de tamanho de poros. Para entender melhor os modelos série-paralelo, toma-se uma amostra cilíndrica de um material poroso como exemplo. Ao se fazer um corte transversal nesta amostra, como o mostrado na Fig. 3.3, ficarão expostas duas superfícies, ou faces, com distribuições de tamanho de poros semelhantes. Partindo dos dados extraídos de uma destas duas superfícies planas, realizam-se sobreposições aleatórias entre estas faces. Desta forma, gera-se um modelo constituído de fatias sucessivas como esquematizado na Fig. 3.4.

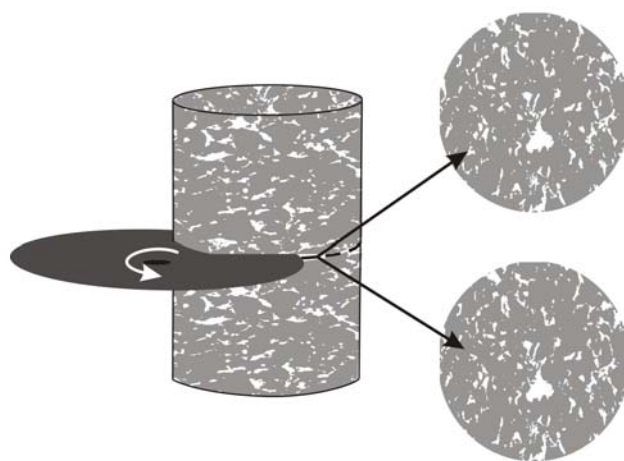


Figura 3.3 – Amostra cilíndrica de uma microestrutura porosa

Unindo-se duas fatias, obtém-se um elemento que é constituído por um conjunto de intersecções de poros de diferentes raios. Estas intersecções formam canais que governam o fluxo através desse elemento. Implicitamente ao modelo, está a idéia de que, ao se fazer estas sobreposições, ter-se-á um modelo tridimensional da amostra, que preservará a porosidade e a distribuição de tamanho de poros do meio original.

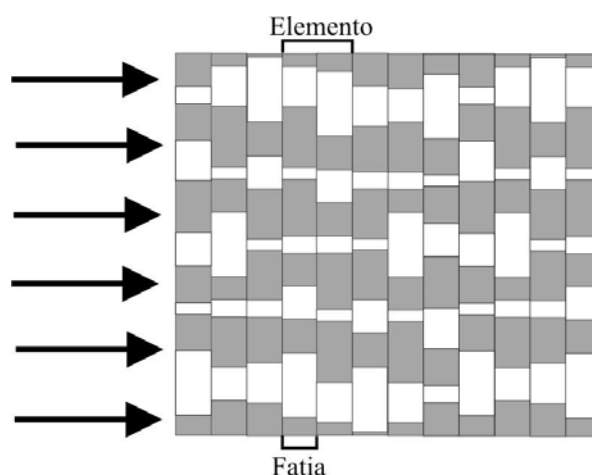


Figura 3.4 - Elementos do modelo

A seguir, são apresentadas as revisões bibliográficas dos trabalhos sobre os modelos série-paralelo, que despertaram interesse e serviram de base para os estudos feitos neste trabalho. Na apresentação destes trabalhos procurou-se seguir a forma como eles foram apresentados originalmente.

A utilização da análise de lâminas delgadas na caracterização de meios porosos tem sua idéia básica semelhante à dos modelos série-paralelo. Procura-se, na análise das lâminas, obter propriedades do meio poroso a partir de uma imagem

da seção do material. A distribuição de tamanho de poros, dado de entrada para os modelos série-paralelo, obtidas com técnicas de análise de imagens digitais é medida em uma seção aleatória da amostra, o que vai de encontro com a proposta dos modelos série-paralelo. Normalmente, os trabalhos sobre modelos série-paralelo utilizam a distribuição de tamanho de poros obtida a partir das curvas de pressão capilar, que revelam uma distribuição de tamanhos em três dimensões, pois são medidas utilizando toda a amostra, e não uma seção desta.

3.3.1 Modelo proposto por Childs e Collis-George (1950)

O trabalho pioneiro publicado sobre os modelos série-paralelo foi o de Childs e Collis-George (1950). Sejam duas classes de poros de raios: r_ρ e r_σ ; sendo $r_\rho > r_\sigma$. Estas classes ocupam uma fração de área ϕ_ρ e ϕ_σ , em relação ao volume da amostra. Da interação entre estas duas classes surgem canais, e a permeabilidade em cada canal formado será dada por:

$$\delta k = r_\sigma^2 \cdot M \cdot \phi_\rho \cdot \phi_\sigma \quad (3.7)$$

O produto entre ϕ_ρ e ϕ_σ representa a probabilidade dos poros da classe ρ encontrarem os poros da classe σ . Utiliza-se o raio r_σ na Eq. 3.7 devido à consideração de o menor poro ser o responsável pela resistência ao fluxo.

A constante M é determinada por Childs e Collis-George (1950) a partir de curvas experimentais e teóricas.

Considerando agora n classes de poros, a permeabilidade será calculada da seguinte forma:

$$k = M \cdot \sum_{\rho=1}^n \sum_{\sigma=1}^n r_\sigma^2 \cdot \phi_\rho \cdot \phi_\sigma \quad (3.8)$$

3.3.2 Modelo proposto por Marshall (1958)

Marshall (1958) considera as duas superfícies expostas como tendo área unitária, porosidade ϕ e n classes de poros de tamanhos: r_1, r_2, \dots, r_n , sendo $r_1 > r_2 > \dots > r_n$. Considera-se que cada classe de poros possui a mesma fração de área (ϕ/n).

Ao se sobreporem as duas superfícies expostas, denominadas de A e B , a cada interação entre seus poros é possível estimar-se uma área de fluxo. Neste

ponto, podem ser consideradas duas situações: uma quando os poros encontram-se perfeitamente e outra em que o encontro entre os poros é considerado imperfeito. Na Fig. 3.5, são mostrados três casos; nos casos 1 e 2 acontece um encontro perfeito entre os poros, ou seja, um poro está completamente dentro do outro. No caso 3, o encontro entre os poros é imperfeito, apenas uma parte do poro menor se encontrou com o poro maior. Portanto, ao se assumir que a área responsável pela resistência ao fluxo é a do menor poro, pode-se gerar resultados superestimados. Como visto, no caso 3 a área formada no encontro entre os dois poros é menor do que a área do menor poro.

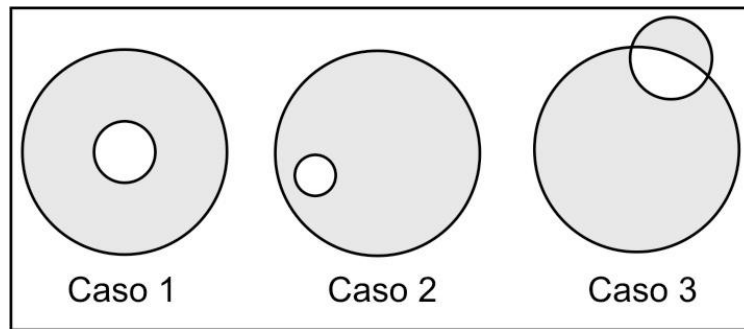


Figura 3.5 – Encontros entre os poros

Marshall (1958) propõe que se multiplique esta área do menor poro por ϕ , obtendo-se uma área média onde já são considerados os encontros imperfeitos entre os poros. Portanto, quando a classe r_1 de A interage com os poros de B , as áreas de fluxo serão:

$$\phi \cdot \pi \cdot r_1^2, \phi \cdot \pi \cdot r_2^2, \dots, \phi \cdot \pi \cdot r_n^2 \quad (3.9)$$

Para r_2 de A com os poros de B tem-se:

$$\phi \cdot \pi \cdot r_2^2, \phi \cdot \pi \cdot r_2^2, \dots, \phi \cdot \pi \cdot r_n^2 \quad (3.10)$$

A área média de fluxo será a soma das áreas resultantes de cada encontro entre os poros dividida pelo número de interações, como mostrado a seguir:

$$\langle A \rangle = \frac{\phi \cdot \pi}{n^2} \cdot [r_1^2 + 3 \cdot r_2^2 + \dots + (2 \cdot n - 1) \cdot r_n^2] \quad (3.11)$$

Igualando-se a Eq. 3.11 à equação para determinar a área de um círculo, obtém-se um raio r médio responsável pelo fluxo. Substituindo-se este raio médio na Eq. 3.6 chega-se a:

$$k = \frac{\phi^2}{8 \cdot n^2} \cdot [r_1^2 + 3 \cdot r_2^2 + \dots + (2 \cdot n - 1) \cdot r_n^2] \quad (3.12)$$

3.3.3 Modelo proposto por Millington e Quirk (1960)

O próximo trabalho a se destacar foi o de Millington e Quirk (1960), que se diferenciou pela proposição de uma porosidade de interface. Utilizando novamente as superfícies A e B como exemplo, segundo Millington e Quirk (1960), ao se sobrepor a superfície A com a superfície B , a porosidade resultante deverá ser ϕ^{2x} , e não ϕ^2 , como adotado pelos modelos anteriores, sendo $\phi^{2x} > \phi^2$. A área resultante da interação entre as duas superfícies, cada uma com porosidade ϕ^x , para Millington e Quirk (1960) representa a área de fluxo efetiva, após a sobreposição das fatias.

O valor do expoente x é obtido a partir das seguintes considerações: antes de uma interação entre as superfícies, a área porosa mínima é dada por $[1 - (1 - \phi)^x]$, e, após a interação, a área porosa mínima é dada por ϕ^{2x} . Sendo estas áreas porosas mínimas iguais, tem-se:

$$\phi^{2x} - [1 - (1 - \phi)^x] = 0 \quad (3.13)$$

Na Eq. 3.13, segundo Millington e Quirk (1960), para valores de porosidade entre 0,1 e 0,6, x assume valores entre 0,6 e 0,7. Por simplicidade neste artigo de 1960, adotou-se o valor de 2/3 para x .

Após a proposta sobre a porosidade de interface, o artigo citado acima apresenta a equação para o cálculo da permeabilidade. Para isto, considera-se que as faces da amostra possuam n classes de poros com raios $r_1 > r_2 > \dots > r_n$. As frações de áreas são as mesmas para todas as classes de poros.

No processo de superposição das faces, supõe-se que os poros de uma dada classe interagem com os poros de todas as classes. Como no processo de superposição assume-se que o menor poro comanda o escoamento, tem-se a

seguinte matriz de permeabilidades elementares, onde P_i designa a probabilidade de ocorrência, em relação à área da seção da amostra, da classe i :

$$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} r_1^2 P_1 P_1 & r_1^2 P_1 P_2 & \dots & r_1^2 P_1 P_n \\ r_2^2 P_2 P_1 & r_2^2 P_2 P_2 & \dots & r_2^2 P_2 P_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_n^2 P_n P_1 & r_n^2 P_n P_2 & \dots & r_n^2 P_n P_n \end{bmatrix}$$

Com a consideração da porosidade de interface, a probabilidade P_i , neste caso, é dada por:

$$P_i = \frac{\phi^{2/3}}{n} \quad (3.14)$$

Somando-se as contribuições de permeabilidades associadas aos processos de interações, tem-se a permeabilidade intrínseca total (k) da amostra dada por:

$$k = \frac{\phi^{4/3}}{8 \cdot n^2} \cdot [r_1^2 + 3 \cdot r_2^2 + \dots + (2n-1) \cdot r_n^2] \quad (3.15)$$

3.3.4 Modelo proposto por Reznik (1971)

Reznik (1971), procurou propor melhorias para os trabalhos anteriores ao seu. Os modelos série-paralelo comumente consideram que, no encontro entre os poros, a área considerada responsável pela resistência ao fluxo é a do menor poro. Esta consideração representa um limite máximo para a área de fluxo, o que pode gerar resultados superestimados. Reznik (1971) fez propostas sobre outras formas de considerar esta área de encontro entre os poros e sobre a porosidade de interface, seguindo as idéias de Millington e Quirk (1960).

Nesta proposta de 1971, são consideradas n classes de poros. Sendo que, cada classe de poro ocupa uma fração de área Δs_i referente à área porosa. Cada superfície exposta apresenta poros de tamanho: r_1, r_2, \dots, r_n , sendo $r_1 > r_2 > \dots > r_n$. Voltando a chamar de A e B as duas superfícies que se sobrepõem, a probabilidade P_{ij} de um poro r_i da superfície A interagir com um poro r_j da superfície B será avaliada de acordo com:

$$P_{ij} = f^2(\phi) \cdot \Delta s_i \cdot \Delta s_j \quad (3.16)$$

onde $f^2(\phi)$ é a porosidade de interface.

Para um sistema simétrico: P_{ij} é igual a P_{ji} . Desta forma, a probabilidade de ambas as intersecções i - j é:

$$P_{ij} = \begin{cases} 2 \cdot f^2(\phi) \cdot \Delta s_i \cdot \Delta s_j; & \text{se } i \neq j \\ f^2(\phi) \cdot \Delta s_i \cdot \Delta s_j; & \text{se } i = j \end{cases} \quad (3.17)$$

Retomando a idéia de encontros perfeitos e imperfeitos entre os poros, exemplificada na Fig. 3.5, Reznik (1971) trabalha com duas possibilidades de interação entre os poros, uma aleatória e uma determinística. No primeiro caso, a área de fluxo formada no encontro entre dois poros será menor ou igual à área do menor poro, considerando os encontros imperfeitos entre os poros. Vale dizer que pode ocorrer também o encontro de um poro com a matriz sólida, gerando um braço morto. No segundo caso, onde a interação entre os poros é determinística, a área de fluxo considerada é sempre a do menor poro, ou seja, somente são aceitos encontros perfeitos entre os poros.

Para se chegar a um equacionamento mais geral deste modelo, considera-se uma variável aleatória A_{ij} representativa da área de intersecção de dois poros. Agora a probabilidade P_{ij} pode ser escrita como uma função $E(A_{ij})$. Assumindo R_{ij} como sendo o raio equivalente a uma área circular de mesmo valor que $E(A_{ij})$, tem-se:

$$R_{ij} = \left[\frac{E(A_{ij})}{\pi} \right]^{1/2} \quad (3.18)$$

Considerando-se agora que a_{ij} é a área de filtro associada a todas as intersecções i - j , chega-se a:

$$a_{ij} = P_{ij} \cdot A_t = X_{ij} \cdot \pi \cdot R_{ij}^2 \quad (3.19)$$

onde X_{ij} é o número de canais formados pelas interações entre os poros i da superfície A com os poros j da superfície B e A_t é a área da superfície, que equivale à área transversal da amostra.

A vazão volumétrica no meio poroso será descrita de acordo com:

$$Q = \frac{-\pi \cdot \Delta p}{8 \cdot \mu \cdot L} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X'_{ij} \cdot R_{ij}^4 \quad (3.20)$$

Sendo:

$$X'_{ij} = \begin{cases} X_{ij}/2; & \text{se } i \neq j \\ X_{ij}; & \text{se } i = j \end{cases} \quad (3.21)$$

Combinando as equações de 3.16 a 3.21 chega-se à seguinte relação:

$$Q = \frac{f^2(\phi) \cdot \Delta p \cdot A}{8 \cdot \mu \cdot L} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta s_i \cdot \Delta s_j \cdot R_{ij}^2 \quad (3.22)$$

Utilizando a lei de Darcy e substituindo o raio equivalente pelo valor esperado da área de intersecção $E(A_{ij})$ dividido por π , chega-se a:

$$k = \frac{f^2(\phi)}{8 \cdot \pi} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta s_i \cdot \Delta s_j \cdot E(A_{ij}) \quad (3.23)$$

A questão, neste momento, é determinar o valor esperado da área de intersecção dos poros r_i com r_j . Os modelos apresentados anteriormente consideravam a interação entre os poros um processo altamente ordenado, devido ao fato de considerar sempre o menor poro responsável pela resistência ao fluxo. Reznik (1971) não descarta este processo ordenado na estimativa do valor esperado da área de intersecção. Portanto, considerando um processo determinístico de interação entre os poros é feita a primeira proposta para o valor de $E(A_{ij})$, apresentada na Tab. 3.1.

Para casos onde são considerados os encontros imperfeitos entre os poros, o processo de interação é completamente aleatório. Para estimar a área de fluxo, nestes casos, Reznik (1971) encontrou uma forma de estimar a área média formada pelo encontro aleatório de dois círculos. Devido à dificuldade de solucionar analiticamente a relação encontrada, Reznik (1971) realizou simulações de “Monte

Carlo” e fez algumas aproximações para chegar à forma de $E(A_{ij})$, apresentada na Tab. 3.1, para um processo aleatório de interação entre os poros.

Os meios porosos, tanto os presentes na natureza como os artificiais, podem apresentar características puramente aleatórias ou puramente determinísticas referentes à sua formação ou processamento. E, comumente, encontram-se microestruturas porosas que apresentam uma combinação destas duas características. Devido a isto, Reznik (1971) faz uma média geométrica entre os valores esperados dos processos aleatórios e determinísticos buscando obter melhores resultados. Esta média, feita entre processos aleatórios e determinísticos de interação entre os poros, foi denominada de aleatório-determinístico, e a equação para determinar a área de intersecção neste caso também está apresentada na Tab. 3.1.

Tabela 3.1 - Valor esperado da área de intersecção entre os poros

Valor Esperado	Processo de interação entre os poros		
	Aleatório	Determinístico	Aleatório-Determinístico
$E(A_{ij})$	$\left(\frac{r_i \cdot r_j}{r_i + r_j} \right)^2 \cdot \pi$	$\pi \cdot r_s^2$	$\left(\frac{r_s^2 \cdot r_l}{r_s + r_l} \right) \cdot \pi$

Sendo

$$r_s = \begin{cases} r_i; & \text{se } r_i \leq r_j \\ r_j; & \text{se } r_i > r_j \end{cases} \quad \text{e} \quad r_l = \begin{cases} r_i; & \text{se } r_i \geq r_j \\ r_j; & \text{se } r_i < r_j \end{cases} \quad (3.24)$$

Falta ainda apresentar as propostas feitas por Reznik (1971) para determinar a porosidade de interface. Reznik (1971), seguindo a idéia do trabalho de Millington e Quirk (1960), procurou complementar a Eq. 3.13 com uma relação em que a porosidade de interface forma um máximo, enquanto a área sólida forma um mínimo de acordo com a seguinte equação:

$$\phi^y + (1 - \phi)^{2y} - 1 = 0 \quad (3.25)$$

Propõe-se, neste trabalho de 1971, que para cada valor de porosidade seja adotado um valor para x e para y , diferente do que foi proposto por Millington e Quirk (1960), que adotaram um valor fixo para x . Para valores de porosidade entre 5% e 95%, as Eq. 3.13 e a Eq. 3.25, quando representadas graficamente, se aproximam de retas, cujas equações são:

$$\begin{cases} x = 0,5778 + 0,2111 \cdot \phi \\ y = 0,7978 - 0,2245 \cdot \phi \end{cases} \quad (3.26)$$

De acordo com o que foi apresentado e hipóteses adotadas por Reznik (1971), chega-se às equações apresentadas na Tab. 3.2 para o cálculo das porosidades de interface, de acordo com cada processo de interação entre os poros.

Tabela 3.2 - Porosidade de interface

Porosidade de Interface	Processo de interação entre os poros		
	Aleatório	Determinístico	Aleatório- Determinístico
$f^2(\phi)$	ϕ^{2x}	ϕ	$\phi^{\frac{3}{4} \cdot (x+y)}$

3.3.5 Modelo proposto por Philippi (2001)

Recentemente, Philippi (2001) e Fernandes et al. (2003) retomaram os modelos série-paralelo para aplicá-los a rochas reservatório de petróleo. As inovações presentes neste dois trabalhos foram:

- a utilização de técnicas de análise de imagens digitais na obtenção das distribuições de tamanho de poros;
- e o cálculo da probabilidade de encontro entre os poros com base no número de poros.

Nos modelos anteriormente aqui apresentados, esta probabilidade de encontro entre os poros foi avaliada com base no volume dos poros. Ao se avaliar a probabilidade de encontro entre os poros, com base no número de poros, o que se calcula é a razão entre o número de poros de uma dada classe e o número total de poros do meio.

Para explicar a proposta feita por Philippi (2001), consideram-se inicialmente, sem perda de generalidade, apenas três poros de tamanhos diferentes, sendo $r_1 < r_2 < r_3$. Tendo-se duas superfícies, cada uma delas contendo estes três tamanhos de poros, ao sobrepor-las serão gerados os seguintes arranjos, acompanhados de suas permeabilidades elementares:

$$\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline r_1 & r_2 & r_3 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline r_1 & r_2 & r_3 \\ \hline \end{array}} \Rightarrow \delta k = \frac{\phi_1 \cdot r_1^2}{8} + \frac{\phi_2 \cdot r_2^2}{8} + \frac{\phi_3 \cdot r_3^2}{8}$$

$$\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline r_1 & r_2 & r_3 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline r_1 & r_3 & r_2 \\ \hline \end{array}} \Rightarrow \delta k = \frac{\phi_1 \cdot r_1^2}{8} + 2 \cdot \frac{\phi_2 \cdot r_2^2}{8}$$

$$\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline r_1 & r_2 & r_3 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline r_2 & r_1 & r_3 \\ \hline \end{array}} \Rightarrow \delta k = 2 \cdot \frac{\phi_1 \cdot r_1^2}{8} + \frac{\phi_3 \cdot r_3^2}{8}$$

$$\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline r_1 & r_2 & r_3 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline r_3 & r_1 & r_2 \\ \hline \end{array}} \Rightarrow \delta k = 2 \cdot \frac{\phi_1 \cdot r_1^2}{8} + \frac{\phi_2 \cdot r_2^2}{8}$$

$$\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline r_1 & r_2 & r_3 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline r_3 & r_2 & r_1 \\ \hline \end{array}} \Rightarrow \delta k = 2 \cdot \frac{\phi_1 \cdot r_1^2}{8} + \frac{\phi_2 \cdot r_2^2}{8}$$

$$\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline r_1 & r_2 & r_3 \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline r_2 & r_3 & r_1 \\ \hline \end{array}} \Rightarrow \delta k = 2 \cdot \frac{\phi_1 \cdot r_1^2}{8} + \frac{\phi_2 \cdot r_2^2}{8}$$

Neste caso, a resistência ao fluxo também é atribuída ao menor poro. O poro r_1 terá a seguinte contribuição para a permeabilidade total, nestes arranjos apresentados anteriormente:

$$k_1 = \frac{\phi_1 \cdot r_1^2}{8} \cdot \left(\frac{2+4+4}{6} \right) = \frac{\phi_1 \cdot r_1^2}{8} \cdot \left(\frac{1+2+2}{3} \right) \quad (3.27)$$

Na Eq. 3.27, a fração $(1/3)$ equivale à probabilidade de ocorrência do encontro entre os poros de tamanho r_1 nos arranjos apresentados acima. Quando se tem o encontro de poros de tamanho r_1 com os tamanhos r_2 e r_3 , esta probabilidade é considerada duas vezes, pois o sistema é simétrico. Desta forma, a Eq. 3.27 pode ser escrita da seguinte forma:

$$k_1 = \frac{\phi_1 \cdot r_1^2}{8} \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2 + 2 \cdot P_3) \quad (3.28)$$

onde P_i pode ser considerada a probabilidade de ocorrência de um determinado tamanho de poro em relação à área transversal da amostra. Esta probabilidade é avaliada, neste modelo proposto por Philippi (2001), pela razão entre o número de poros da classe i (m_i) e o número total de poros do meio (m). Para que esta probabilidade seja avaliada em relação à área transversal da amostra, multiplica-se a razão (m_i/m) pela porosidade ϕ .

A permeabilidade total, para este caso onde são considerados três poros, é calculada da seguinte forma:

$$k = \frac{\phi_1 \cdot r_1^2}{8} \cdot (P_1 + 2 \cdot P_2 + 2 \cdot P_3) + \frac{\phi_2 \cdot r_2^2}{8} \cdot (P_2 + 2 \cdot P_3) + \frac{\phi_3 \cdot r_3^2}{8} \cdot (P_3) \quad (3.29)$$

Generalizando para n classes de tamanho de poros tem-se:

$$k = \sum_{i=1}^n \frac{r_i^2}{8} \cdot \phi_i \cdot \left(P_i + 2 \cdot \sum_{j=i+1}^n P_j \right) \quad (3.30)$$

Considerando-se os poros cilíndricos, a probabilidade P_i é avaliada da seguinte maneira:

$$P_i = \frac{\phi_i / r_i^2}{\sum_{k=1}^n \phi_k / r_k^2} \cdot \phi \quad (3.31)$$

3.4 Equação Geral dos Modelos Série-Paralelo

Dentre as propostas de modelos série-paralelo apresentadas neste capítulo, a feita por Reznik (1971) apresenta uma equação que pode ser considerada uma equação geral dos modelos série-paralelo que utilizam a probabilidade de encontro entre os poros com base em volume. A partir da Eq. 3.23, é possível chegar-se aos modelos de Childs e Collis-George (1950), Marshall (1958) e Millington e Quirk

(1960), apresentados aqui. Para isto, basta que sejam feitas as considerações particulares de cada proposta.

Como exemplo, será demonstrado como se chega à Eq. 3.12, proposta por Marshall (1958), partindo-se da Eq. 3.23. Em primeiro lugar, considera-se a porosidade de interface ($f^2(\phi)$) igual a ϕ^2 , esta é uma consideração comum a alguns modelos série-paralelo. Após isto, a fração de área Δs_i , no modelo de Marshall (1958), é dada por $1/n$, pois todas as classes de tamanho de poros ocupam a mesma fração de área. Por final, o valor esperado da área formada no encontro entre dois poros é a do menor poro, como apresentado na Tab. 3.1, para um processo determinístico de interação entre os poros. Desta forma, chega-se a:

$$k = \frac{\phi^2}{8} \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_s^2 \quad (3.32)$$

sendo r_s o raio do menor poro, como apresentado na Eq. 3.24. Desenvolvendo-se os somatórios da Eq. 3.32, chega-se à Eq. 3.12.

Na Tab. 3.3, são colocados os valores adotados para a porosidade de interface e para o valor esperado da área de intersecção para os modelos apresentados anteriormente, que consideram a probabilidade de interação entre os poros com base no volume de poros.

Tabela 3.3 – Termos da Eq. 3.23 para os modelos série-paralelo que consideram a probabilidade de interação entre os poros com base no volume de poros

Modelo		$f^2(\phi)$	$E(A_{ij})$
Childs e Collis-George (1950)		ϕ^2	$\pi \cdot r_s^2$
Marshall (1958)		ϕ^2	$\pi \cdot r_s^2$
Millington e Quirk (1960)		$\phi^{4/3}$	$\pi \cdot r_s^2$
Reznik (1971)	Aleatório	$\phi^{2 \cdot x}$	$\left(\frac{r_i \cdot r_j}{r_i + r_j} \right)^2 \cdot \pi$
	Determinístico	ϕ	$\pi \cdot r_s^2$
	Alea.-Deter.	$\phi^{\frac{3}{4} \cdot (x+y)}$	$\left(\frac{r_s^2 \cdot r_l}{r_s + r_l} \right) \cdot \pi$

Sendo:

$$\phi_i = \Delta s_i \cdot \phi \quad (3.33)$$

Uma observação importante é que, ao utilizar a Eq. 3.23, proposta por Reznik (1971), para se chegar à Eq. 3.8, proposta por Childs e Collis-George (1950), o valor $1/8$ da Eq. 3.23 deve ser substituído pela constante M . Após esta substituição, para se chegar à Eq. 3.8 a partir da Eq. 3.23, deve-se substituir $f^2(\phi)$ por ϕ^2 . E, considerar-se o valor esperado da área de encontro entre os poros igual à área do menor poro. Assim, chega-se a:

$$k = M \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \phi^2 \cdot \Delta s_i \cdot \Delta s_j \cdot r_s^2 \quad (3.34)$$

Fazendo uso da Eq. 3.33, a Eq. 3.34 fica semelhante à Eq. 3.8:

$$k = M \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \phi_i \cdot \phi_j \cdot r_s^2 \quad (3.36)$$

3.5 Considerações sobre a Revisão dos Modelos Série-Paralelo

Nesta revisão dos modelos série-paralelo, procurou-se mostrar um breve histórico sobre os primeiros trabalhos realizados nesta área, chegando no trabalho de Reznik (1971), que trouxe novas propostas.

Como foi visto, estes modelos apresentam algumas considerações comuns, principalmente no que diz respeito à área resultante do encontro entre dois poros. Com exceção do modelo de Reznik (1971), que propõe uma forma de calcular um raio médio responsável pelo fluxo para cada interação entre os poros. Quando se consideram os encontros imperfeitos entre os poros, o valor da área de fluxo pode ser bem variado, pode ir de zero até a área do menor poro. Esta consideração de o menor poro ser o responsável pela resistência ao fluxo pode acarretar a obtenção de resultados superestimados para alguns tipos de materiais porosos, pois representa um limite superior de um intervalo de possíveis áreas de intersecção.

No modelo de Marshall (1958), é falado em um raio médio também. Mas, analisando a equação final deste modelo para o cálculo da permeabilidade intrínseca, observa-se que o raio utilizado nos encontros entre os poros é o do menor poro. Marshall (1958) apenas utiliza uma forma alternativa à de Childs e Collis-George (1950) para propor o seu modelo. Inclusive, ao se adaptar o modelo de Marshall (1958) para classes de poro que apresentam variadas frações de área, chega-se a uma equação equivalente à do modelo de Childs e Collis-George (1950). Além disto, ao se deixar de lado a questão da porosidade de interface, a Eq. 3.12, proposta por Marshall (1958) é equivalente à Eq. 3.15, proposta por Millington e Quirk (1961).

Sobre a proposta feita por Millington e Quirk (1961) e por Reznik (1971), sobre a porosidade de interface, pode-se dizer que é uma tentativa de impor uma correlação à sobreposição das superfícies. Lembrando que $\phi > \phi^{2x} > \phi^2$, atribui-se a porosidade de interface ϕ a meios ordenados, pois, durante a sobreposição das fatias, não há encontros de poros com a matriz sólida, nem total nem parcialmente. Já ϕ^2 é utilizado quando se têm eventos independentes ocorrendo, ou seja, encontros aleatórios entre os poros. E, para a porosidade de interface ϕ^{2x} , busca-se atribuir ao modelo um grau de organização da geometria porosa.

O que se pode fazer é incluir aos modelos série-paralelo um parâmetro que representa o grau de complexidade da geometria porosa. Reznik (1971), na sua proposta sobre a porosidade de interface, busca levar em conta, no modelo série-paralelo este grau de organização da geometria porosa. A questão é que podem existir duas microestruturas porosas com porosidade e distribuição de tamanho de poros parecidas, mas com valores de permeabilidade diferentes. Outra forma de considerar esta complexidade da geometria porosa é tentando medir-se o quão correlacionado é o espaço poroso. Para uma mesma porosidade ter-se-á permeabilidades diferentes, ao comparar meios altamente correlacionados com meios completamente aleatórios. Reznik (1971) também busca uma solução para este problema ao propor, em seu trabalho, as três formas para obter o valor esperado da área resultante da interação entre dois poros. Mas, quantificar esta aleatoriedade ou correlação do meio poroso não é uma tarefa fácil.

CAPÍTULO 4

MÉTODO DE *RANDOM WALK*

4.1 Introdução

Como visto no Capítulo 2, o fator de formação é uma relação entre a resistividade elétrica de um meio poroso saturado com um fluido condutor de eletricidade e a resistividade deste fluido. Determinar esta propriedade através de técnicas computacionais é de grande valia, pois os experimentos para medir o fator de formação consomem um tempo considerável.

Para se estimar o fator de formação através de um método numérico, pode-se usar, por exemplo, o método de diferenças finitas. Mas, para isso, são enfrentadas barreiras, como o tempo de processamento e a memória computacional requeridos para se trabalhar com tamanhos de microestruturas porosas estatisticamente representativas.

Os métodos numéricos são utilizados para determinar a resistividade efetiva R_0 de um meio poroso ou a condutividade efetiva σ_0 , onde:

$$R_0 = \frac{1}{\sigma_0} \quad (4.1)$$

No presente trabalho, optou-se pelo método *Random Walk* para a determinação da condutividade elétrica de materiais com dois componentes, sendo apenas um condutor de eletricidade. Segundo Sahimi (1994), a primeira aplicação da idéia do *Random Walk* foi a determinação de propriedades de transporte de meios desordenados que apareceu no trabalho de Haji-Sheikh e Sparrow (1966), que estudaram a condução de calor em um material composto. A partir deste trabalho, vários autores utilizaram o método *Random Walk* para estudar certas propriedades de transporte de meios desordenados. O método ganhou popularidade com o artigo de De Gennes (1976), que fez uma analogia entre o movimento do *random walker* em um meio desordenado e o movimento de uma formiga em um labirinto.

O método de *Random Walk* é bastante usual para a determinação da condutividade elétrica de materiais compostos, incluindo os materiais porosos. Em

um sistema em que apenas uma fase é condutora, o algoritmo associado ao método é bastante simples. Considerando-se uma estrutura porosa binária (fase poro e fase sólido) representada por uma imagem 3-D, uma partícula sem massa é posicionada, inicialmente, no centro de um *voxel*, sorteado aleatoriamente no espaço poroso. O *voxel* corresponde à unidade elementar da imagem digital. Após isto, esta partícula é posta a executar um caminho aleatório. Na Fig. 4.1, é apresentada uma ilustração do caminho aleatório percorrido por uma partícula. A partícula pode se movimentar para cada um de seus vizinhos com a mesma probabilidade, e cada mudança de posição consome um dado passo de tempo. A distância de cada partícula em relação à posição original, em função dos passos de tempo, é armazenada.

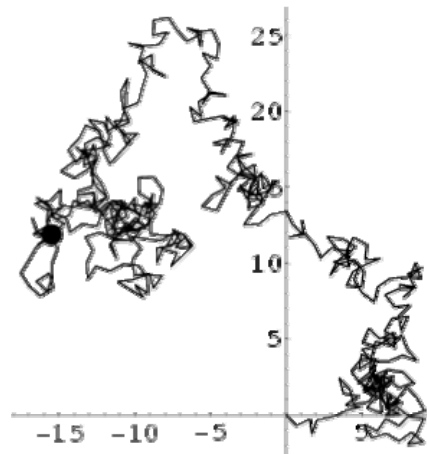


Figura 4.1 – Caminho aleatório percorrido por uma partícula (*random walker*)

Neste trabalho, a condutividade efetiva foi determinada em microestruturas tridimensionais, reconstruídas com um modelo de Gaussiana Truncada (Liang et al., 1998), exposto no Capítulo 5.

4.2 O Método de *Random Walk*

Considerando um material poroso, cuja matriz sólida seja um isolante elétrico e que esteja totalmente saturado com um fluido condutor de eletricidade, o transporte de corrente elétrica, em regime estacionário, é governado pela equação de Laplace:

$$\nabla^2 \psi = 0 \quad (4.2)$$

onde ψ é o potencial eletrostático local. Para a solução da Eq. 4.2, adotam-se condições de contorno adequadas para ψ . Considerando-se que a fase sólida corresponde à fase isolante, não é permitido o fluxo de corrente elétrica do sólido para o fluido e vice-versa. Assim:

$$\vec{n} \cdot \nabla \psi = 0 \quad (4.3)$$

sendo \vec{n} o vetor normal à interface poro-sólido. A corrente total média $\langle i \rangle$ que atravessa a amostra porosa para um determinado gradiente do potencial macroscópico médio é relacionada com a condutividade σ_0 da seguinte forma:

$$\langle i \rangle = -\sigma_0 \cdot \langle \nabla \psi \rangle \quad (4.4)$$

Em vez de se resolver numericamente o problema acima, determinando o campo eletrostático, adota-se um método que determina apenas a condutividade efetiva σ_0 . O problema físico de difusão pode ser simulado por métodos de *Random Walk*.

Utilizando-se uma imagem tridimensional, como a apresentada na Fig. 4.2, reconstruída com um modelo de Gaussiana truncada (Liang et al., 1998), inicia-se a estimativa da condutividade efetiva do meio poroso representado sorteando-se aleatoriamente um *voxel* pertencente à fase poro. No centro deste *voxel* é posicionada uma partícula sem massa.

Esta partícula poderá se mover para qualquer um de seus 26 vizinhos. Quando a partícula se move para um de seus 6 vizinhos de face (representados pelas esferas verdes na Fig. 4.3), ela percorre uma distância $\delta = 1$. Se ela movimentar-se na direção de um de seus 12 vizinhos de aresta (representados pelas esferas azuis na Fig. 4.3), a partícula percorrerá uma distância $\delta = \sqrt{2}$. A partícula ainda pode mover-se para um de seus 8 vizinhos de vértice (representados pelas esferas vermelhas na Fig. 4.3), percorrendo uma distância $\delta = \sqrt{3}$. Para cada uma destas distâncias percorridas é atribuído um tempo t :

$$t = \frac{\delta^2}{\sigma_w} \quad (4.5)$$

sendo σ_w a condutividade elétrica do fluido que satura o meio poroso. Na simulação este parâmetro recebe o valor unitário.

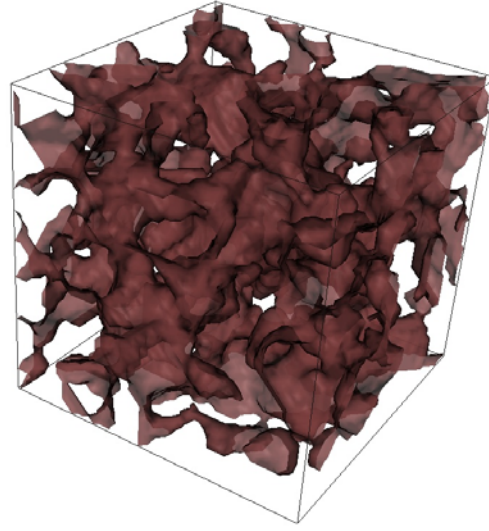


Figura 4.2 - Meio poroso 3-D reconstruído com um modelo de Gaussiana truncada (a fase poro está representada pela cor escura)

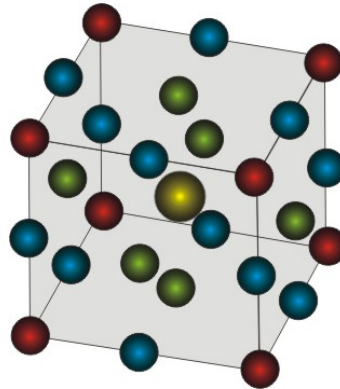


Figura 4.3 – Partícula posicionada no centro de um voxel com seus 26 vizinhos

A cada passo de tempo, é medida a distância euclidiana ao quadrado (R^2) da posição atual da partícula (x, y, z) em relação à sua posição de partida (x_0, y_0, z_0) :

$$R^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 \quad (4.6)$$

A partícula é colocada para caminhar por um tempo bastante longo ($\approx 10^6$) e a simulação é repetida para um grande número de partículas. Neste trabalho, são utilizadas mil partículas. Para evitar o término prematuro da caminhada aleatória,

são impostas condições periódicas de contorno às partículas que ultrapassam as faces de contorno do sistema.

Para tempos suficientemente longos, a distância ao quadrado média $\langle R^2 \rangle$, tomada em relação a todas as partículas, será função linear do tempo de caminhada:

$$\langle R^2 \rangle = \left(\frac{\sigma_0}{\phi_c} \right) \cdot t \quad (4.7)$$

onde ϕ_c é a porosidade conectada ou efetiva. A partir da inclinação da reta obtida com os dados da simulação, obtém-se a razão $\left(\frac{\sigma_0}{\phi_c} \right)$. Como a porosidade efetiva é um dado medido na imagem tridimensional reconstruída, pode-se calcular o valor da condutividade efetiva. A Fig. 4.4 mostra graficamente esta relação entre o tempo e $\langle R^2 \rangle$, para quatro valores de porosidade.

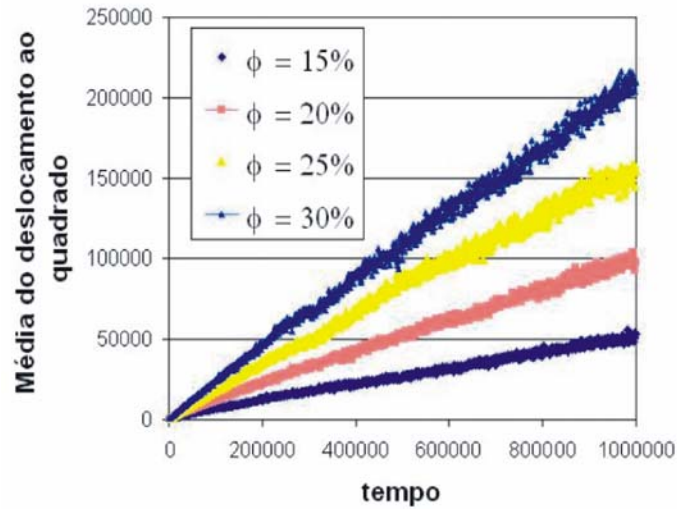


Figura 4.4 – Relação linear entre o tempo e a média do deslocamento ao quadrado

Em posse do valor de σ_0 e de σ_w , calcula-se o fator de formação utilizando a seguinte relação:

$$F = \frac{\sigma_w}{\sigma_0} \quad (4.7)$$

CAPÍTULO 5

CARACTERIZAÇÃO DE MEIOS POROSOS ATRAVÉS DA ANÁLISE DE IMAGENS DIGITAIS

5.1 Introdução

A caracterização de meios porosos, através de técnicas de análise de imagens digitais, utiliza seções de amostras na determinação das propriedades e este método envolve diversas etapas.

A primeira destas etapas é a preparação das amostras, que é uma das mais importantes, pois pode afetar todo o processamento e os resultados finais. Para as rochas reservatório, são confeccionadas lâminas delgadas que, ao serem observadas em microscópios ópticos possibilitam a determinação das várias proporções dos minerais presentes na rocha. Além disto, a partir destas lâminas delgadas, são capturadas imagens, que são utilizadas na determinação de propriedades físicas da microestrutura porosa da rocha.

Utilizando-se um software de processamento e análise de imagens, passa-se para a segmentação das imagens. Com as imagens já binarizadas, passa-se para a etapa de caracterização do meio poroso, quando são determinadas, por exemplo, a distribuição de tamanho de poros, a porosidade e a permeabilidade das amostras.

A seguir, será exposto como foram feitas a preparação das lâminas, a aquisição e a binarização das imagens utilizadas neste trabalho. Depois, são apresentados os métodos utilizados na obtenção das distribuições de tamanho de poros, das funções de autocorrelação e o modelo de reconstrução das imagens em três dimensões.

5.2 Preparação das Lâminas e Aquisição das Imagens

Antes da captura das imagens, é necessário preparar as amostras para serem analisadas nos microscópios. Neste trabalho, são utilizadas amostras de rochas reservatório, e as imagens são obtidas a partir de lâminas petrográficas que, em sua origem, eram utilizadas na determinação das várias proporções dos minerais presentes na rocha. A análise destas lâminas mostrou-se uma ferramenta alternativa de baixo custo e de grande agilidade, para a estimativa das propriedades

petrofísicas das rochas reservatório. Além de utilizar as lâminas confeccionadas a partir dos testemunhos, este método pode ser aplicado aos pequenos fragmentos de rocha, resultantes do próprio processo de perfuração (amostras de calha), bem como nas chamadas amostras laterais.

A preparação das lâminas petrográficas inicia-se com a retirada de amostras do poço de petróleo. Das amostras retiradas, dentre os diversos tipos, os chamados testemunhos são as mais nobres. Alguns exemplos de testemunhos são apresentados na Fig. 5.1. Este tipo de amostra recupera um volume cilíndrico de rocha que mantém os constituintes em sua estrutura original, como encontrados em profundidade, permitindo estudar os meios porosos onde estão armazenados os hidrocarbonetos.



Figura 5.1 - Testemunhos

Os testemunhos são serrados longitudinalmente, permitindo uma melhor análise das formações geológicas presentes no reservatório. Destes corpos cilíndricos, de aproximadamente 0,15 m de diâmetro e 1 m de comprimento, são retirados corpos cilíndricos menores, tanto transversalmente quanto longitudinalmente, denominados plugues. Na Fig. 5.2, é apresentado um plugue de uma rocha reservatório consolidada. Deste plugue, é serrada uma parte do seu comprimento para ser utilizada na confecção das lâminas petrográficas. Estas seções são submetidas a um processo de limpeza com solventes orgânicos, para remoção dos hidrocarbonetos. As amostras limpas são impregnadas com uma resina epóxi contendo um corante azul que, além de prevenir a desagregação dos grãos, facilita a visualização do espaço poroso. A lâmina pode ser, então,

confeccionada com a colagem da seção de rocha sobre uma lâmina de vidro, com posterior desgaste e polimento até a espessura padrão de 30 μm , recomendada para a observação em microscópio óptico de luz transmitida. A sequência de preparação de uma lâmina petrográfica é ilustrada na Fig. 5.3.



Figura 5.2 - Plugue de uma rocha consolidada



Figura 5.3 - Sequência da preparação de uma lâmina

Em posse das lâminas delgadas, inicia-se a aquisição das imagens. As imagens são capturadas procurando sempre a melhor representação da superfície analisada. O número de imagens obtido de cada lâmina depende do tipo de rocha, e o aumento utilizado depende principalmente do tamanho dos objetos a serem analisados.

Para a captura das imagens utilizadas, neste trabalho, foram utilizados microscópios ópticos de luz transmitida. Desta forma, são observadas as características das rochas e dos minerais quando estes são atravessados pela luz. Os microscópios de luz transmitida, como o apresentado na Fig. 5.4, são os mais utilizados na observação de amostras de rochas.



Figura 5.4 - Microscópio óptico de luz transmitida

As imagens digitais coloridas são adquiridas e armazenadas em arquivos 24 bits, em modelo RGB, no qual cada cor é resultado de uma combinação dos componentes vermelho (Red), verde (Green) e azul (Blue). O espaço poroso, quando visualizado ao microscópio óptico, apresenta cor azul intensa, característica do corante presente na resina utilizada, o que facilita a identificação do mesmo, frente aos diferentes minerais que constituem a rocha. Embora as imagens coloridas demandem uma maior memória computacional, a cor se constitui em um poderoso descritor, auxiliando, em análises automáticas, na identificação e na extração dos objetos de uma imagem. Em análises com intervenção do usuário, deve ser ressaltado que o olho humano consegue discernir milhares de matizes e intensidades de cores, contudo, é capaz de discernir poucas dezenas de níveis de cinza (Fernandes, 2002).

5.3 Segmentação

O processo de segmentação para imagens de meios porosos consiste na individualização das fases poro e sólido. No presente caso, a fase poro é pintada de branco e a fase sólido pintada de preto. Nas imagens coloridas, a partir do histograma da imagem, é estabelecido um limite (*threshold*) para cada componente de cor. Esta binarização, baseada no histograma da imagem, é do tipo global. Na Fig. 5.5, é apresentada uma imagem colorida de uma seção plana de uma rocha reservatório. Na Fig. 5.6, é apresentada a imagem binária correspondente a imagem colorida da Fig. 5.5.

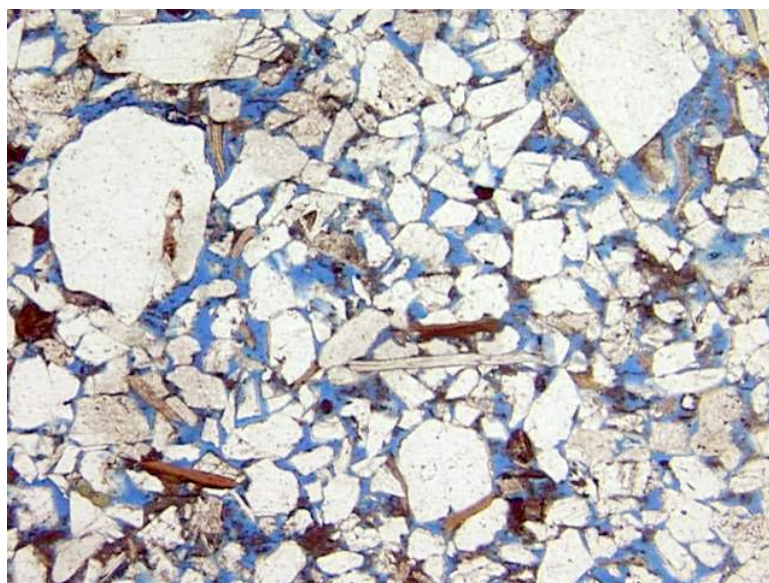


Figura 5.5 - Imagem colorida de uma seção plana de uma rocha reservatório obtida por microscopia óptica

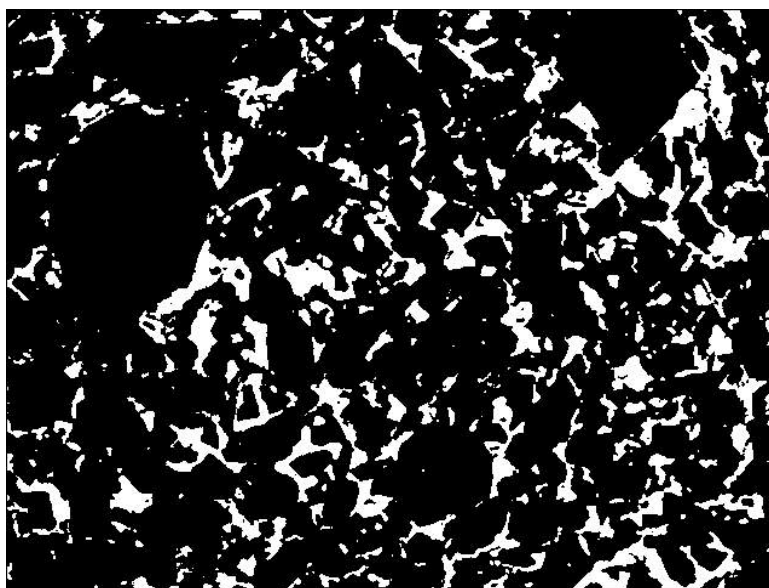


Figura 5.6 - Imagem binária correspondente à imagem colorida da Fig. 5.5

Os métodos de segmentação podem ser manuais ou automáticos, ou seja, eles exigem ou não a interferência do usuário para a decisão de parâmetros no seu processamento. Os métodos manuais têm maior utilização na indústria do petróleo devido ao melhor ajuste encontrado durante a determinação dos limites para a individualização das fases. O processo manual é essencialmente visual, e baseia-se na cor para discriminar as áreas de interesse. A experiência do operador, na manipulação de imagens petrográficas, pode fornecer variações no resultado final.

São esperados resultados diferentes quando a operação é realizada por mais de um operador (De Gasperi, 1999).

Neste trabalho, a etapa de binarização foi realizada utilizando o *software* de processamento e análise de imagens Imago, que foi desenvolvido pelo Laboratório de Meios Porosos e Propriedades Termofísicas (LMPT) da Universidade Federal de Santa Catarina, em parceria com o CENPES/Petrobras, e com a ESSS (*Engineering Simulation and Scientific Software*). O Imago apresenta dois modos de segmentação para imagens coloridas: o que trabalha com o modelo RGB (Red, Green e Blue) e o que trabalha com o modelo HSI (Hue, Saturation e Intensity). Neste segundo, a matiz da cor é armazenada no componente H, enquanto os componentes S e I guardam informações sobre a saturação e a intensidade, respectivamente.

Resumindo, foi utilizado um método manual do tipo global, e no modelo HSI, na binarização das imagens utilizadas neste trabalho. Como para cada lâmina petrográfica são capturados conjuntos de imagens, cujo número de imagens de cada conjunto varia de acordo com o aumento utilizado, a binarização foi feita, inicialmente, adotando-se limites iguais para todas as imagens do conjunto. As imagens, capturadas de uma mesma lâmina, podem apresentar irregularidades referentes à má diluição do corante azul da resina epóxi e a problemas de iluminação, quando a intensidade da luz não é a mesma em todas as partes da lâmina. Devido a isto, foi feita uma verificação para conferir se alguma imagem binarizada do conjunto apresentava alguma inconsistência, caso isto ocorresse, a binarização desta imagem seria refeita.

A binarização é uma etapa fundamental do processamento de imagens, toda a quantificação de parâmetros geométricos dependerá da correta definição das fases. Desta forma, a imagem binária obtida deve representar realisticamente a imagem original. Esta é uma tarefa difícil, já que não existe um método de binarização universal, dados os diferentes tipos de textura das imagens (Fernandes, 2002).

As imagens da microestrutura de rochas reservatório apresentam algumas particularidades. Em algumas regiões da imagem, estão presentes informações que deixam dúvidas no momento de separar as fases, não permitindo definir com exatidão os limites entre sólidos e poros. Uma destas particularidades é o “efeito de borda” ou “efeito de cunha”, que é um degradê de azul presente nos limites dos grãos com os poros. A explicação para isto está no fato de que, nas imagens petrográficas, não está visível apenas uma superfície de rocha, mas uma espessura

de aproximadamente $30\ \mu\text{m}$. Esta espessura gera, para alguns objetos presentes na imagem, uma dúvida em considerá-los sólidos ou poros. Estes objetos não estão completamente na superfície da lâmina, e estão visíveis por causa da espessura de rocha presente na lâmina. Na Fig. 5.7, foi colocada uma imagem para exemplificar os problemas comentados. Pode ser observada também a presença de regiões pretas que, segundo o CENPES/Petrobras, se constituem provavelmente no que se denomina de óleo morto. Essas regiões, comumente, são consideradas como matriz sólida, no processo de binarização. Outra complicação é devido à presença de argila, formada de microporos que não são visíveis na imagem para o aumento utilizado. Além dos microporos presentes na argila, podem-se ter regiões nas quais estão presentes poros pequenos que não ficam bem definidos para o aumento que melhor capta a microestrutura. Em geral, a porosidade total medida com as imagens é inferior àquela determinada experimentalmente.

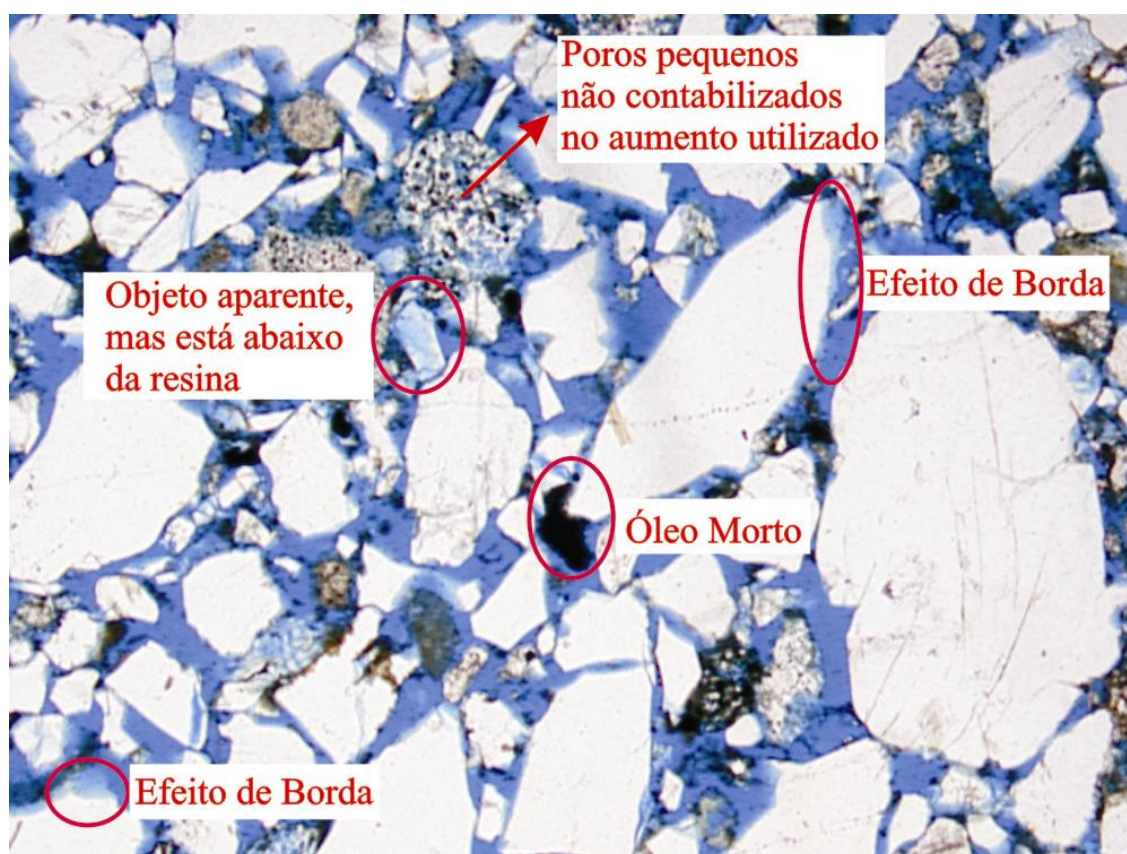


Figura 5.7 – Problemas presentes nas imagens de rochas reservatório que afetam na etapa de binarização

Quanto às resoluções espaciais das imagens, estas dependem do equipamento e do aumento utilizados. Aumentos maiores tornam possível observar

melhor os detalhes da microestrutura porosa, mas isso faz com que a área capturada da amostra seja menor e menos representativa. Algumas câmeras permitem a captura de um campo maior da amostra, isto possibilita o uso de um aumento maior, mantendo a representatividade das imagens. As resoluções espaciais e os tamanhos das imagens utilizadas neste trabalho serão expostas no Capítulo 6.

5.4 Função de Correlação e Reconstrução 3-D

Em uma imagem binária, define-se uma função de fase $Z_p(\vec{x})$ associada à fase poro da seguinte forma:

$$Z_p(\vec{x}) = \begin{cases} 1, & \text{se } \vec{x} \text{ pertence à fase poro} \\ 0, & \text{se } \vec{x} \text{ não pertence à fase poro} \end{cases} \quad (5.1)$$

onde $\vec{x} = (i, j)$ denota um vetor posição em relação a uma origem arbitrária.

Com a definição da função de fase, e adotando-se a hipótese de meio estatisticamente homogêneo, a porosidade, que é a fração volumétrica da fase poro, será dada por:

$$\phi = \langle Z(\vec{x}) \rangle \quad (5.2)$$

onde $\langle \rangle$ denota a média estatística para o domínio da imagem em consideração.

Define-se a função de correlação para a fase porosa como:

$$C_p(\vec{u}) = \langle Z_p(\vec{x}) \cdot Z_p(\vec{x} + \vec{u}) \rangle \quad (5.3)$$

para cada deslocamento arbitrário \vec{u} no plano da imagem. Além disso, com a hipótese de meio isotrópico, a correlação dependerá apenas de $u = |\vec{u}|$, e, dessa forma:

$$C_p(u) = \langle Z_p(i, j) \cdot Z_p(i + u, j) \rangle \quad (5.4)$$

Pode-se determinar a função de correlação deslocando-se a imagem sobre ela mesma, na direção vertical ou horizontal em múltiplos *pixels*, calculando-se a frequência de resultados associados à intersecção de dois *pixels* pertencentes à mesma fase.

A correlação fornece a probabilidade de que dois *pixels* separados por uma distância u pertençam à mesma fase. Os valores estatísticos da correlação variam de ϕ para $u=0$, até ϕ^2 para deslocamentos grandes, como apresentado na Fig. 5.8.

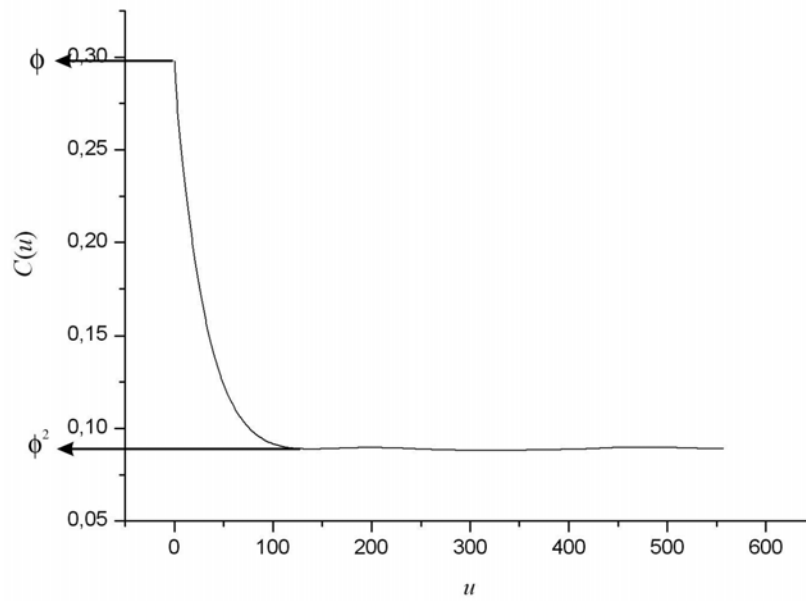


Figura 5.8 – Função de correlação

Define-se, ainda, uma função de correlação normalizada:

$$R_p(u) = \frac{\langle [Z_p(i, j) - \phi] \cdot [Z_p(i + u, j) - \phi] \rangle}{\langle [Z_p(i, j) - \phi]^2 \rangle} \quad (5.3)$$

Esta função normalizada assume o valor 1 para deslocamento nulo e valor 0 para deslocamentos grandes.

Além da determinação no domínio espacial da imagem, a autocorrelação pode ser obtida fazendo-se a transformada de Fourier da imagem. Esta determinação é baseada no Teorema de Wiener-Khinchin, descrito no Anexo A. Este método é preferível ao domínio espacial, uma vez que aumenta o número de realizações no cálculo das probabilidades de dois *pixels* pertencerem à mesma fase.

A partir de informações medidas em imagens bidimensionais, podem-se reconstruir imagens em três dimensões representativas da microestrutura real. Estas imagens reconstruídas são utilizadas na simulação de processos físicos para a estimativa de propriedades do meio poroso. Neste trabalho, é utilizado um modelo de Gaussiana truncada (Liang et al., 1998) para a reconstrução de imagens 3-D. Estas imagens são utilizadas na estimativa da condutividade elétrica efetiva do meio poroso. A idéia básica do método reside na consideração de que uma imagem binária tem sua fase poro representada pela sua função de fase. Uma hipótese fundamental, utilizada nos trabalhos de Quiblier (1984), Adler et al. (1990) e Fernandes (1994), supõe que a estrutura porosa possa ser completamente descrita pelos dois primeiros momentos de sua função de fase.

Com a consideração dos dois primeiros momentos, uma estrutura porosa pode ser gerada a partir de um Campo Gaussiano normal (média igual a 0 e variância igual a 1) não correlacionado $X(\vec{x})$. Um operador linear transforma o campo inicial $X(\vec{x})$ em um campo $Y(\vec{x})$, que será ainda Gaussiano normal, porém correlacionado. O campo $Y(\vec{x})$ assume valores reais e sua correlação ainda não é a desejada. Um filtro não-linear transforma o campo $Y(\vec{x})$ no campo binário $Z(\vec{x})$ com as características de porosidade e autocorrelação desejadas.

O método, no domínio espacial, é computacionalmente lento e, além disso, implica na resolução de um sistema de equações não-lineares que se torna difícil para imagens com grande alcance de correlação. Desta forma, em Liang (1997) e Liang et al. (1998), é proposto um método alternativo eficiente trabalhando no domínio da frequência, que será apresentado no Anexo A.

Na etapa de reconstrução de um meio tridimensional com o modelo de Gaussiana truncada proposto por Liang et al. (1998), três parâmetros devem ser ajustados:

- Alcance de correlação λ ;
- Fator de amplificação η ;
- Tamanho da imagem $N_x N_x N_z$.

Para cada lâmina, são obtidas várias imagens, e a correlação que representa a microestrutura presente na lâmina, é uma média das correlações medidas para cada imagem. O alcance de correlação λ , neste trabalho, foi definido manualmente, através da análise visual desta correlação média. Na Fig. 5.9, é mostrado um gráfico

da função de correlação média de uma lâmina. Sobre a curva desta correlação média, define-se o alcance correlação, em *pixels*, como a distância medida de zero até um deslocamento u em que a curva começa a se estabilizar em ϕ^2 . O fator de amplificação é a discretização adotada na descrição da função de correlação.

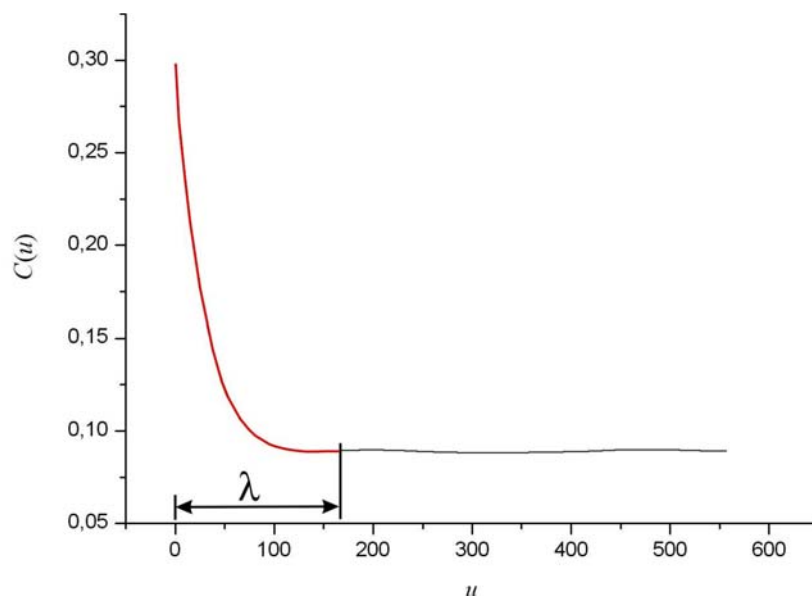


Figura 5.9 – Alcance de correlação

O tamanho N , da imagem 3-D, é medido em *voxels*. Na Fig. 5.10, é apresentado um exemplo de uma imagem reconstruída a partir das informações de imagens 2-D de um arenito Botucatu.

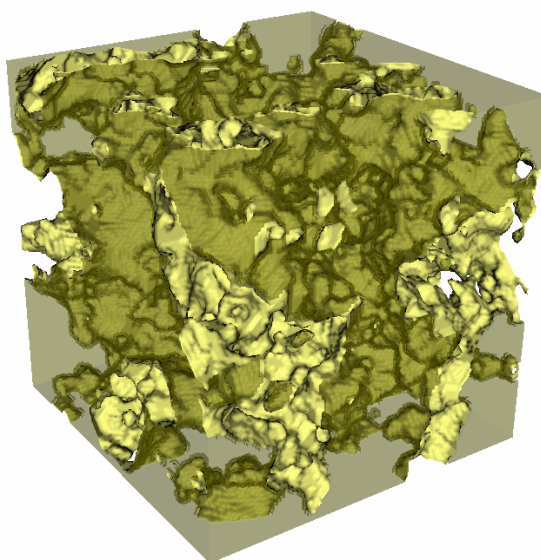


Figura 5.10 - Imagem 3-D reconstruída com um modelo de Gaussiana truncada

Após a reconstrução do meio 3-D o valor da porosidade é preservado, mas parte do volume poroso fica isolada. Essa porosidade isolada é eliminada utilizando-se um filtro de conexão, que mantém na estrutura apenas os poros que se intercomunicam, ou seja, a porosidade efetiva. Esse volume de poros isolados é mais significativo em amostras de baixa porosidade e para pequenos tamanhos de imagens 3-D. Neste filtro, quando é considerada a vizinhança-26, verifica-se a ligação entre os *voxels* da fase poro nas direções correspondentes às suas faces, arestas e vértices. O filtro de conexão V-26, utilizado neste trabalho, foi escolhido devido ao fato de que o método de *Random Walk* funciona de acordo com este tipo de vizinhança, como apresentado na seção 4.2.

5.5 Distribuição de Tamanho de Poros

A morfologia matemática permite extrair informações morfológicas e topológicas dos objetos que compõem uma imagem, baseando-se em um elemento de análise denominado elemento estruturante. O elemento estruturante é um objeto discretizado, com forma e tamanho definidos, para a comparação com os objetos que compõem a imagem. O resultado da aplicação das operações da morfologia matemática depende, fundamentalmente, do elemento estruturante, ou seja, da forma geométrica do elemento estruturante.

As operações elementares da morfologia matemática são a erosão e a dilatação, descritas no Anexo B. A combinação destas operações resulta na operação de abertura, quando se faz uma erosão seguida de dilatação, ou na operação de fechamento, quando se faz uma dilatação seguida de erosão. Utilizando-se operações de abertura sucessivas, com tamanho do elemento estruturante crescente, obtém-se a distribuição acumulada de tamanhos de poros, ou de sólidos, em uma imagem.

O estudo da distribuição de tamanhos de objetos é comumente chamado de granulometria. O termo é oriundo da técnica de determinação da distribuição de tamanho de grãos de materiais como a areia, utilizando-se peneiras de malhas diferentes.

A operação de abertura, detalhada no Anexo B, pode ser vista como a união das bolas, implantadas em todos os *pixels* dos objetos, e que não se interceptam com a fase complementar. A abertura com uma bola de tamanho r apresenta analogia com a técnica com peneira de malha física de tamanho r . No caso da

técnica com peneiras, a entidade de medida é a massa dos objetos, e, no caso de imagens submetidas à abertura, é a área superficial ou o volume dos objetos. Na Fig. 5.11, mostra-se uma imagem cuja fase branca é submetida a uma operação de abertura com uma bola de um dado tamanho r , resultando na imagem da Fig. 5.12. A operação de abertura tem como efeitos a “eliminação” de objetos menores que a bola utilizada, e também a “eliminação” da rugosidade de objetos e de estreitamentos (gargantas). Na analogia com a técnica com peneiras físicas, podemos dizer que os objetos “eliminados” passaram pela peneira de malha r .

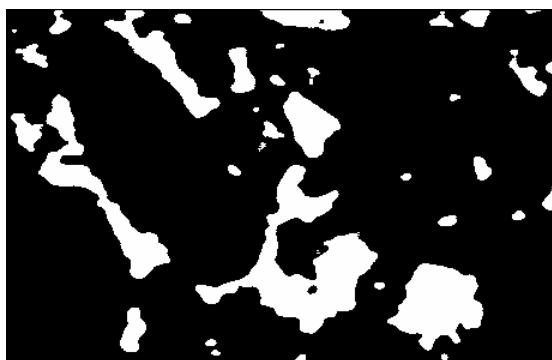


Figura 5.11 – Imagem original



Figura 5.12 – Imagem cuja fase branca foi submetida a uma operação de abertura

Determina-se a função distribuição de tamanhos de poros realizando-se uma seqüência de operações de abertura, sobre uma imagem binária, com um elemento estruturante de tamanho crescente. Para a determinação da distribuição de poros, em imagens binárias 2-D, a unidade de medida consiste na área superficial dos poros. Desta forma, a distribuição acumulada de poros será dada por:

$$F(r) = \frac{\phi - \phi(r)}{\phi} \quad (5.6)$$

onde $F(r)$ é a fração de tamanhos de poros menores ou iguais a r , ϕ é a porosidade total da imagem de partida e $\phi(r)$ é a porosidade da imagem após a abertura com uma bola de raio r .

Neste trabalho, utilizou-se, para obter as distribuições de tamanho de poros, bolas d_{3-4} . Esta bola para a métrica d_{3-4} , como pode ser visto na Fig. B.9, no Anexo B, assume o formato de um octógono. Esta bola foi escolhida, pois ela fornece bons resultados e tem um menor custo computacional se comparada com bolas que mais se aproximam da forma de um círculo, por exemplo, a bola d_{5-7-11} que assume o formato de um hexadecágono.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS

6.1 Introdução

Este capítulo é dedicado a apresentar os resultados obtidos para a permeabilidade intrínseca e para o fator de formação utilizando, respectivamente, alguns dos modelos série-paralelo, apresentados no Capítulo 3, e o método de *Random Walk*, apresentado no Capítulo 4. Inicialmente, são apresentados os valores de porosidade, obtidos por análise de imagens, e é feita uma comparação com os resultados obtidos por técnicas experimentais.

Os resultados estimados pelos modelos computacionais, para o fator de formação e para a permeabilidade intrínseca, também são comparados com resultados fornecidos por técnicas experimentais, procedendo-se uma análise sobre o comportamento dos modelos e sobre estas comparações.

As medidas feitas pelas técnicas experimentais são obtidas utilizando-se amostras cilíndricas (plugues) e, dessas amostras, é retirada uma parte do comprimento para ser confeccionada a lâmina correspondente à amostra, procedimento já exposto no Capítulo 5.

6.2 Resultados de Porosidade

Os valores de porosidade, utilizados neste trabalho, foram obtidos a partir da análise de imagens digitais, de acordo com o que foi exposto no Capítulo 5. Após a segmentação das imagens coloridas, utilizando-se um método global e ajustando-se os limites de forma manual, nos canais H, S e I, é feita uma contagem dos *pixels* brancos (fase poro) e determina-se a porosidade. Como para cada lâmina é obtido um conjunto de imagens, os resultados obtidos e apresentados aqui são uma média aritmética entre todas as imagens obtidas para cada lâmina.

Neste trabalho, utilizaram-se três lotes de imagens. As lâminas que iniciam o nome com A e as que iniciam com B são amostras de rochas reservatório de campos brasileiros, exemplos destas imagens são mostrados na Fig. 6.1 e na Fig. 6.2, respectivamente. As imagens destas lâminas foram capturadas no CENPES/Petrobras. Já o lote que inicia os nomes com CL, são imagens de

amostras de campos de petróleo de fora do Brasil, um exemplo destas imagens é mostrado na Fig. 6.3. Estas imagens foram fornecidas pela *Core Lab*, empresa prestadora de serviços na descrição de reservatórios de petróleo, através de uma parceria com o CENPES/Petrobras.

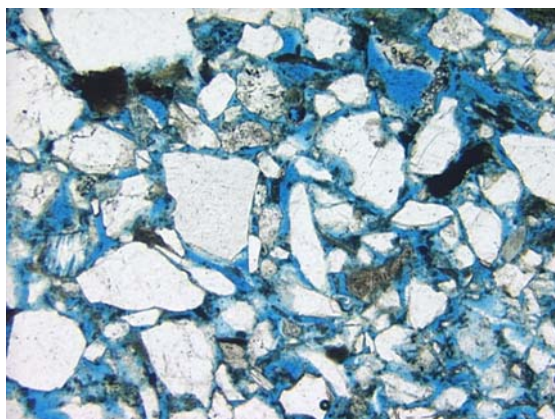


Figura 6.1 – Exemplo de uma das imagens do conjunto da amostra A043

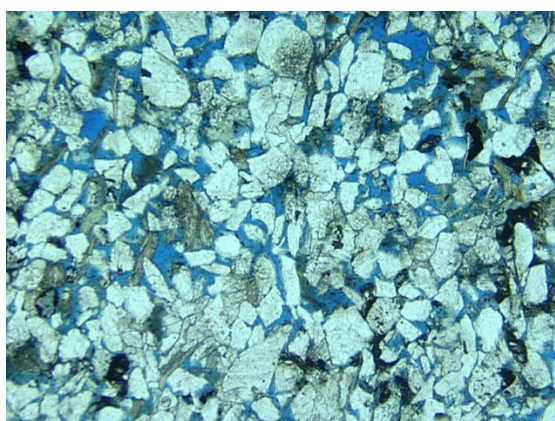


Figura 6.2 – Exemplo de uma das imagens do conjunto da amostra B008

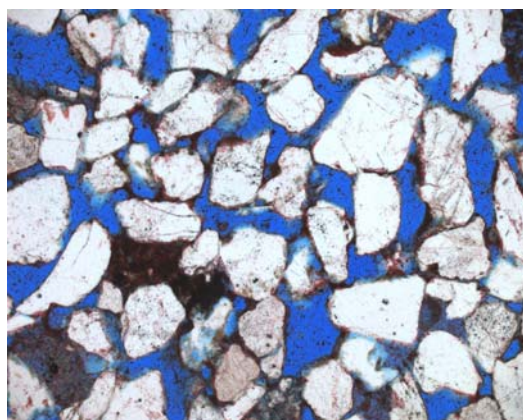


Figura 6.3 – Exemplo de uma das imagens do conjunto da amostra CL28

Dentre os conjuntos de imagens obtidos, existem imagens com diferentes valores de resolução espacial e diferentes tamanhos. As lâminas, que iniciam o nome com B, apresentam imagens de 640x480 *pixels* e resolução linear de 4,545 $\mu\text{m}/\text{pixel}$. Para as lâminas que iniciam com CL, as imagens têm uma resolução espacial de 1,340 $\mu\text{m}/\text{pixel}$ para as capturadas com objetiva de 5X e de 2,564 $\mu\text{m}/\text{pixel}$ para as imagens capturadas com a objetiva de 2,5X. As imagens das lâminas CL foram obtidas com uma câmera capaz de capturar uma região maior da amostra, por isso, as imagens têm tamanho de 1300x1030 *pixels*.

Para as lâminas, que iniciam o nome com A, foram obtidas imagens com uma câmera MTI 3CCD, que possui um modo chamado *High Resolution*, que permite capturar imagens de 1280x960 *pixels* com valores de resolução melhores que no modo normal. No modo normal, esta câmera captura imagens de 640x480 *pixels* com resolução espacial de 2,326 $\mu\text{m}/\text{pixel}$ para objetiva de 5X e de 4,484 $\mu\text{m}/\text{pixel}$ para a objetiva de 2,5X. No modo *High Resolution* as resoluções são de 1,163 $\mu\text{m}/\text{pixel}$ para objetiva de 5X e 2,242 $\mu\text{m}/\text{pixel}$ para objetiva de 2,5X.

Mostra-se, na Tab. 6.1, uma comparação entre os valores de porosidade, obtidos para conjuntos de imagens de uma mesma lâmina, obtidas com os dois modos, normal e *High Resolution*. Compara-se, também, estes valores de porosidade obtidos com os resultados fornecidos pelas técnicas experimentais. Os nomes, que receberam o sufixo HR, representam as lâminas cujas imagens foram capturadas utilizando-se o modo *High Resolution*.

Tabela 6.1 – Comparativo entre os resultados experimentais (intrusão de mercúrio ou expansão a gás) e os resultados de porosidade obtidos com análise de imagem para conjuntos de imagens de uma mesma lâmina, com diferentes resoluções espaciais

Lâmina	ϕ (%)	
	Experimental	Análise de Imagem
A043_HR	25,7	23,8
A043		19,1
A046_HR	32,2	29,8
A046		28
A047_HR	27,2	26,7
A047		25,4
A048_HR	16,1	15,3
A048		12,7

Como pode ser observado na Tab. 6.1, os valores de porosidade, obtidos com as imagens capturadas no modo *High Resolution*, se aproximam mais dos valores experimentais de porosidade. Uma explicação para isso é que, com uma melhor resolução, é possível “enxergar” maiores detalhes da microestrutura. Trabalhar com uma imagem maior é mais confortável para o usuário, facilitando a operação de binarização.

Na Tab. 6.2, são apresentados os valores de porosidade obtidos para os conjuntos de imagens utilizados neste trabalho. Nesta tabela, é feita uma comparação com os valores obtidos por técnicas experimentais, como expansão a gás ou intrusão de mercúrio.

Tabela 6.2 – Comparativo entre os valores de porosidade obtidos por técnicas experimentais (expansão a gás ou intrusão de mercúrio) com os obtidos por análise de imagens digitais

Lâmina	ϕ (%)	
	Experimental	Análise de Imagem
A043_HR	25,7	23,8
A046_HR	32,2	29,8
A047_HR	27,2	26,7
A048_HR	16,1	15,3
A049_HR	19,0	20,4
A050_HR	24,8	22,3
B001	18,0	18,1
B002	21,5	20,5
B003	21,3	19,5
B004	24,0	21,4
B006	22,5	22,0
B007	26,0	26,7
B008	26,5	25,3
B010	13,4	12,8
CL06	13,5	9,0
CL08	15,0	14,1
CL10	15,5	14,6
CL18	18,3	16,9
CL24	22,0	19,9
CL28	25,9	23,4
CL36	29,6	28,5

Como esperado, os valores de porosidade, obtidos utilizando-se a análise de imagens digitais, ficaram, em sua maioria, abaixo dos resultados obtidos por técnicas experimentais. Isto ocorre devido ao fato de estarem presentes nas microestruturas poros muito pequenos, ou microporos, que não são contabilizados na imagem binária da seção da amostra.

Nos casos em que a porosidade óptica ficou praticamente igual ou superior à porosidade experimental, pode ter ocorrido a deformação do espaço poroso durante a impregnação da amostra com a resina epóxi e, também, isto pode ser atribuído à baixa ocorrência de microporos na microestrutura.

6.3 Resultados de Permeabilidade Intrínseca

Inicia-se esta seção apresentando os resultados obtidos com o modelo proposto por Reznik (1971), isto é feito devido às inovações propostas por ele, e também por este modelo buscar contemplar os modelos anteriores ao dele.

Alem disto, foram obtidos resultados utilizando-se o modelo de Reznik (1971), adotando-se a porosidade de interface igual a ϕ^2 . Os motivos, que levaram a adotar esta consideração, serão expostos mais à frente. Mas, vale ressaltar, neste ponto, que, ao adotar este valor para a porosidade de interface, chega-se aos resultados obtidos com os modelos de Childs e Collis-George (1950) e de Marshall (1958).

Também são apresentados os resultados obtidos utilizando o modelo proposto por Philippi (2001) que, em sua proposta inicial, utilizou técnicas de análise de imagens digitais na obtenção da distribuição de tamanho de poros. Este modelo também chama a atenção pelo fato de calcular a probabilidade de ocorrência dos poros com base em número, como comentado no Capítulo 3.

6.3.1 Resultados para o modelo de Reznik (1971)

Como visto no Capítulo 3, o modelo proposto por Reznik (1971) apresenta três formas de se estimar a permeabilidade intrínseca. Na primeira situação, é considerada uma interação aleatória entre os poros, e, para isso, existe uma forma de calcular o valor esperado da área de interação e uma forma para obter a porosidade de interface associada a esse processo de interação. Outra situação é quando a interação entre os poros é ordenada, neste caso, o valor esperado da área de fluxo é igual à área do menor poro e para a porosidade de interface adota-se o valor ϕ . Por final, Reznik (1971) considera uma média geométrica entre estas duas situações expostas acima. Isto é feito por considerar que há microestruturas porosas que apresentam um certo grau de organização, ou seja, não são nem completamente aleatórias nem completamente organizadas.

Os valores apresentados na Tab. 6.3, foram obtidos utilizando-se a Eq. 3.23. As formas, para se obter o valor esperado da área de intersecção entre os poros e a porosidade de interface, estão apresentadas na Tab. 3.1 e na Tab. 3.2, respectivamente.

Tabela 6.3 – Resultados de permeabilidade intrínseca obtidos com o modelo de Reznik (1971) para curvas de distribuição de tamanho de poros obtidas por morfologia matemática comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela *Core Lab*

Lâmina	k (mD)			
	Experimental	Reznik (1971)		
		Aleatório	Aleat.-Deter.	Determinístico
A043_HR	122,2	561,7	1250,1	2138,8
A046_HR	893,7	2780,1	6248,1	10883,1
A047_HR	270,8	2742,4	4758,0	8156,1
A048_HR	6,3	310,5	719,4	1258,2
A049_HR	10,6	678,6	3214,6	5652,8
A050_HR	4442,7	4406,4	10056,7	17553,7
B001	26,0	726,6	1678,9	2948,7
B002	37,2	674,8	1536,4	2674,5
B003	91,8	965,7	2209,3	3863,8
B004	104,0	962,5	2193,6	3824,1
B006	197,5	1532,8	3566,0	6003,2
B007	407,8	1581,6	3513,7	6035,6
B008	540,0	1419,5	3191,6	5530,2
B010	37,0	328,0	767,6	1353,1
CL06	6,0	400,0	975,9	1759,5
CL08	31,5	261,0	619,2	1103,6
CL10	229,0	1019,8	2353,5	4098,6
CL18	1000,0	8378,1	19537,3	34463,8
CL24	390,0	804,3	1846,7	3227,2
CL28	1620,0	4585,9	10538,8	18524,5
CL36	857,0	2124,5	4765,2	8268,7

Os resultados, apresentados na Tab. 6.3, foram obtidos utilizando-se as distribuições de tamanho de poros medidas com morfologia matemática. Como pode ser observado, os resultados para os três processos de interação entre os poros ficaram superestimados, quando comparados com os valores obtidos pelas técnicas experimentais. No trabalho de Reznik (1971), a distribuição de tamanho de poros era obtida através de curvas de pressão capilar. Algumas das amostras CL tinham disponíveis os dados de pressão capilar, obtidos por intrusão de mercúrio, o que tornou possível a obtenção de resultados de permeabilidade intrínseca utilizando os

modelos série-paralelo para estas amostras utilizando este dado experimental. Os resultados de permeabilidade intrínseca obtidos a partir das distribuições de tamanho de poros obtidas por intrusão de mercúrio, são apresentados na Tab. 6.4.

Tabela 6.4 – Resultados de permeabilidade intrínseca obtidos com o modelo de Reznik (1971) para distribuições de tamanho de poros obtidas por intrusão de mercúrio comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela *Core Lab*

Lâmina	k (mD)			
	Experimental	Reznik (1971)		
		Aleatório	Aleat.-Deter.	Determinístico
CL06	6,0	9,8	23,0	40,7
CL08	31,5	14,1	36,5	70,6
CL10	229,0	296,1	752,8	1450,5
CL12	72,0	52,4	127,7	234,5
CL16	12,0	15,2	37,6	70,4
CL18	1000,0	1417,5	3475,9	6491,8
CL20	318,0	296,6	748,5	1445,6
CL22	644,0	110,5	258,7	466,6
CL24	390,0	396,8	990,8	1893,6
CL26	5363,0	2815,3	6855,0	12816,4
CL32	132,0	92,4	215,1	390,0
CL34	1770,0	432,1	1095,1	2148,8
CL38	1330,0	1208,7	2875,9	5317,2

Como pode ser observado, os valores, apresentados na Tab. 6.4, obtidos com o modelo de Reznik (1971), concordam bem com os resultados experimentais. Das treze amostras utilizadas, onze apresentaram bons resultados, destacados em negrito na Tab. 6.4. Com estes resultados concordantes, obtidos para distribuições de tamanho de poros obtidas por intrusão de mercúrio, passa-se agora a investigar o motivo por ter-se obtido resultados sobreestimados, para os casos onde as distribuições de tamanho de poros são obtidas com morfologia matemática.

Observando-se as curvas de distribuição de tamanho de poros, obtidas por morfologia matemática e por intrusão de mercúrio, é possível chegar-se a um dos prováveis motivos de se obter resultados superestimados com as curvas obtidas com a técnica de análise de imagens. Na Fig. 6.4, é apresentada a curva de

distribuição de tamanho de poros obtida com intrusão de mercúrio para a amostra CL10. E na Fig 6.5, é apresentada curva de distribuição de tamanho de poros obtida por morfologia matemática utilizando as imagens da lâmina CL10.

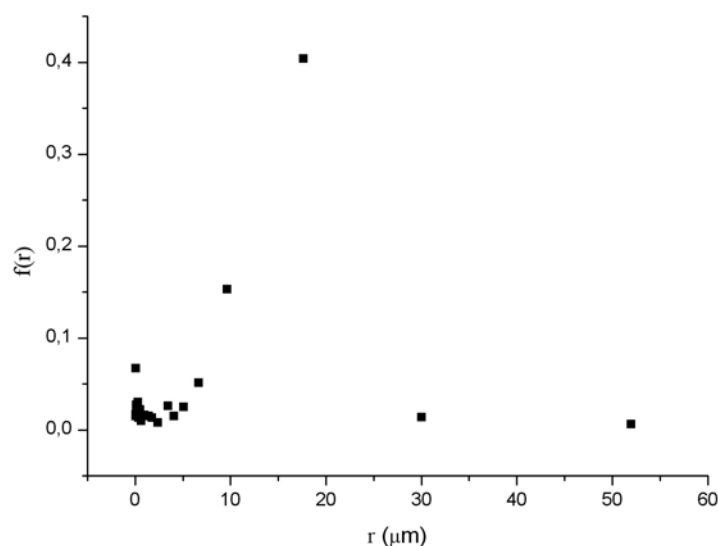


Figura 6.4 – Distribuição de tamanho de poros da amostra CL10 obtida por intrusão de mercúrio

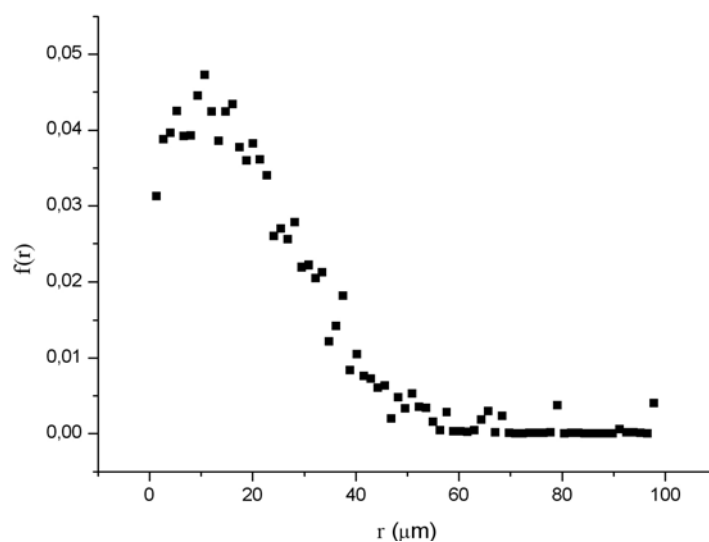


Fig. 6.5 – Distribuição de tamanho de poros da amostra CL10 obtida por morfologia matemática

A primeira observação a ser feita é a de que o menor raio de poro presente no gráfico apresentado na Fig. 6.4, é de $0,05 \mu m$, e, no gráfico da Fig. 6.5, é de $1,34 \mu m$, o que equivale à resolução da imagem. Isto mostra que as curvas de distribuição de tamanho de poros, obtidas por intrusão de mercúrio, conseguem

detectar os poros menores. Já as curvas obtidas por morfologia matemática não detectam poros menores do que a resolução das imagens.

Já os maiores raios são de $51,97 \mu m$, para a curva obtida com intrusão de mercúrio e de $97,86 \mu m$, para a curva obtida com morfologia matemática. Com isto, verifica-se que, na técnica de intrusão de mercúrio, o volume dos poros grandes acaba sendo atribuído a poros de menor raio, como comentado no Capítulo 2.

Ao se calcular o valor do raio médio para as distribuições apresentadas, chega-se a $10,1 \mu m$, para a curva apresentada na Fig. 6.4 e a $19,9 \mu m$, para a curva da Fig. 6.5. É praticamente o dobro, o que também ajuda a entender o fato de se ter obtido valores elevados para a permeabilidade intrínseca, na Tab. 6.3.

Outro ponto a ser abordado, no que se refere à obtenção de resultados superestimados, quando se utilizam distribuições de tamanho de poros obtidas com morfologia matemática, é a possível falta de um parâmetro descritor do grau de organização da geometria porosa para os modelos série-paralelo. Nas propostas feitas por Reznik (1971), ele busca levar em conta a organização do meio poroso, quando são colocadas as três formas de interação entre os poros. O valor da área, formada na interação entre dois poros, pode variar de zero até a área do menor poro. A idéia é a de que, quanto mais organizado é o meio, mais próximo o valor da área formada ficará do limite superior, ou seja, do valor da área do menor poro.

Na Tab. 6.4, tiveram maior concordância com os resultados experimentais os resultados obtidos quando se utilizou o processo de interação aleatória entre os poros. Reznik (1971), em seu trabalho, obteve melhores resultados quando utilizou a média geométrica entre a interação aleatória e a determinística entre os poros. Portanto, a idéia de se ter um parâmetro descritor do grau de organização da geometria porosa é a de se conseguir saber qual o melhor processo de interação a ser usado para cada caso.

O que se tem, ao utilizar o processo de interação aleatório e o processo determinístico de interação entre os poros, são os extremos inferior e superior, respectivamente, de um possível intervalo de valores de permeabilidade. A existência de um parâmetro descritor do grau de organização da geometria porosa indicaria, dentro deste intervalo, qual o valor que estaria mais adequado para representar a permeabilidade da microestrutura porosa analisada. Este intervalo, fornecido pelo modelo, pode não conter o valor de permeabilidade fornecido pelas técnicas experimentais. Neste caso, mesmo utilizando-se um parâmetro descritor do

grau de organização do meio, o modelo série-paralelo proposto por Reznik (1971) não se aplicaria.

6.3.2 Resultados para o modelo de Reznik (1971) com $f^2(\phi) = \phi^2$

Neste trabalho, é considerada a situação em que a porosidade de interface ($f^2(\phi)$) é igual a ϕ^2 , como nos trabalhos de Childs e Collis-George (1950) e Marshall (1958). Ao adotar as propostas feitas por Millington e Quirk (1960) e por Reznik (1971), a respeito da porosidade de interface, os valores de permeabilidade obtidos são mais altos do que os valores obtidos do que quando se assume a porosidade de interface igual a ϕ^2 . Para as curvas de distribuição de tamanho de poros obtidas por intrusão de mercúrio, esta elevação dos resultados apresentou um efeito positivo. Agora, quando se trabalha com curvas de distribuição de tamanho de poros, obtidas por morfologia matemática, esta elevação dos valores de permeabilidade torna-se significativa.

Reznik (1971), ao propor o uso da porosidade de interface, cita que isto foi feito no intuito de compensar a “perda” de porosidade durante a sobreposição das superfícies. Porém, ao se considerar a porosidade de interface maior do que ϕ^2 , levando-se em conta a probabilidade de ocorrência dos poros na seção da amostra (ϕ_i) e não a probabilidade em relação à área porosa (Δs_i), acaba-se aumentando a probabilidade de encontro entre os poros, pois $f^2(\phi) \cdot \Delta s_i \cdot \Delta s_j > \phi^2 \cdot \Delta s_i \cdot \Delta s_j$. Isto também vai de encontro com a questão de ter-se obtido valores superestimados na Tab. 6.4.

Na Tab. 6.5, são apresentados os resultados, utilizando o modelo proposto por Reznik (1971), considerando a porosidade de interface ($f^2(\phi)$) igual a ϕ^2 .

Tabela 6.5 – Resultados de permeabilidade intrínseca obtidos com o modelo de Reznik (1971) para $f^2(\phi)=\phi^2$ para curvas de distribuição de tamanho de poros obtidas por morfologia matemática comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela Core Lab

Lâmina	k (mD)			
	Experimental	Reznik (1971) com $f^2(\phi)=\phi^2$		
		Aleatório	Aleat.-Deter.	Determinístico
A043_HR	122,2	193,1	310,3	509,0
A046_HR	893,7	1164,8	1927,8	3243,2
A047_HR	270,8	815,3	1320,0	2177,7
A048_HR	6,3	71,8	116,5	192,5
A049_HR	10,6	417,7	687,4	1151,1
A050_HR	4442,7	1429,4	2344,0	3914,5
B001	26,0	195,5	319,8	533,7
B002	37,2	203,0	330,1	548,3
B003	91,8	277,0	452,3	753,4
B004	104,0	301,0	491,3	679,5
B006	197,5	491,2	797,3	1320,7
B007	407,8	601,8	974,8	1611,5
B008	540,0	515,0	840,5	1399,2
B010	37,0	64,6	104,6	173,2
CL06	6,0	57,5	94,6	158,4
CL08	31,5	56,1	92,6	155,6
CL10	229,0	226,5	364,2	598,4
CL18	1000,0	2119,7	3482,7	5824,4
CL24	390,0	235,7	385,6	642,2
CL28	1620,0	1552,8	2573,5	4334,7
CL36	857,0	856,1	1408,2	2356,6

Das vinte e uma amostras presentes na Tab. 6.5, dez mostraram uma boa concordância com os resultados obtidos pelas técnicas experimentais. Os resultados que foram considerados bons estão destacados em negrito na Tab. 6.5. Ao considerar $f^2(\phi)=\phi^2$, obtêm-se melhores resultados em relação à Tab. 6.3.

Na Tab. 6.6, são apresentados os resultados obtidos considerando-se $f^2(\phi)=\phi^2$ para as curvas de distribuição de tamanho de poros obtidas com intrusão de mercúrio.

Tabela 6.6 – Resultados de permeabilidade intrínseca obtidos com o modelo de Reznik (1971) considerando $f^2(\phi)=\phi^2$ para distribuições de tamanho de poros obtidas por intrusão de mercúrio comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela *Core Lab*

Lâmina	k (mD)			
	Experimental	Reznik (1971) com $f^2(\phi)=\phi^2$		
		Aleatório	Aleat.-Deter.	Determinístico
CL06	6,0	2,0	3,3	5,5
CL08	31,5	3,2	5,8	10,6
CL10	229,0	69,3	123,4	224,8
CL12	72,0	12,5	21,3	37,1
CL16	12,0	4,1	7,2	12,8
CL18	1000,0	385,5	669,2	1188,0
CL20	318,0	86,5	155,5	286,5
CL22	644,0	34,1	57,2	98,4
CL24	390,0	127,2	227,9	416,6
CL26	5363,0	1000,0	1763,8	3165,7
CL32	132,0	37,9	64,9	113,5
CL34	1770,0	177,9	331,3	627,5
CL38	1330,0	512,3	898,9	1605,8

Na Tab. 6.6, estão presentes nove bons resultados, destacados em negrito, o que em comparação com o que foi obtido com a Tab. 6.4 não apresenta uma variação significativa. Porém, os valores que concordam melhor com os resultados experimentais são os obtidos com o processo de interação entre os poros de forma determinística, na Tab. 6.4, obteve-se a maioria dos bons resultados para um processo aleatório de interação entre os poros. Este caso, no qual a probabilidade de interação entre os poros é determinística e a porosidade de interface é igual a ϕ^2 , torna o modelo de Reznik (1971) equivalente ao modelo de Marshall (1958), quando consideram-se classes de poros ocupando diferentes frações do volume poroso. Portanto, na Tab. 6.6 e na Tab. 6.7 os resultados, referentes ao processo determinístico de interação entre os poros, equivalem aos resultados obtidos com o modelo de Marshall (1958). Também equivalem ao modelo de Childs e Collis-George (1950), quando a constante M é considerada igual a $1/8$.

6.3.3 Resultados para o modelo de Philippi (2001)

Já, na proposta de seu modelo, Philippi (2001) colocou como uma modificação a utilização de distribuições de tamanho de poros obtidas por morfologia matemática. Esta característica vai de encontro com o que é proposto no presente trabalho. A principal diferença deste modelo série-paralelo, em relação aos outros apresentados aqui, é que o cálculo da probabilidade de ocorrência dos tamanhos de poros é feito com base em número, e não em volume ou área. Na Tab. 6.7, estão apresentados os resultados obtidos com o modelo proposto por Philippi (2001).

Tabela 6.7 – Resultados de permeabilidade intrínseca obtidos com o modelo proposto por Philippi (2001) para curvas de distribuição de tamanho de poros obtidas por morfologia matemática comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela *Core Lab*

Lâmina	k (mD)	
	Experimental	Philippi (2001)
A043_HR	122,2	37,2
A046_HR	893,7	170,2
A047_HR	270,8	105,3
A048_HR	6,3	15,0
A049_HR	10,6	111,6
A050_HR	4442,7	163,8
B001	26,0	104,9
B002	37,2	118,6
B003	91,8	130,1
B004	104,0	149,1
B006	197,5	199,5
B007	407,8	264,6
B008	540,0	215,7
B010	37,0	41,4
CL06	6,0	14,5
CL08	31,5	13,8
CL10	229,0	26,7
CL18	1000,0	304,1
CL24	390,0	34,1
CL28	1620,0	118,7
CL36	857,0	169,1

Dos resultados apresentados na Tab. 6.7, as lâminas A048_HR, B003, B004, B006, B010 e CL06 apresentaram boa concordância com os resultados experimentais. Ao contrário do que foi obtido quando se utilizou o modelo de Reznik (1971), os resultados obtidos com o modelo de Philippi (2001) tiveram uma tendência a ficarem subestimados. Das vinte e uma amostras, doze apresentaram resultados abaixo do valor experimental de permeabilidade intrínseca. Isto pode ser atribuído ao cálculo da probabilidade de ocorrência de um dado tamanho de poro com base em número, o que, possivelmente, atribui um maior peso aos poros menores.

Ao utilizar as curvas de distribuição de tamanho de poros obtidas por intrusão de mercúrio, o modelo proposto por Philippi (2001) apresenta resultados muito baixos, próximos de zero. Como citado anteriormente, este modelo tem a tendência de subestimar os resultados para permeabilidade intrínseca, ao se utilizar as distribuições de tamanho de poros obtidas com intrusão de mercúrio, que também tem a característica de possibilitar a obtenção de resultados mais baixos do que quando se utiliza a distribuição de tamanho de poros obtida com morfologia matemática. Os dois efeitos se sobrepuseram, baixando muito os valores finais de permeabilidade intrínseca estimados com o modelo proposto por Philippi (2001).

Se a probabilidade (P_i) de ocorrência de um determinado tamanho de poro na Eq. 3.29 for considerada com base em volume, ter-se-á $P_i = \phi_i$. Com isto, a equação final do modelo proposto por Philippi (2001) fica igual à equação do modelo de Reznik (1971), para um processo determinístico de interação entre os poros quando adota-se a porosidade de interface igual a ϕ^2 . Desta forma, a equação final do modelo proposto por Philippi (2001) fica também igual à equação do modelo proposto por Marshall (1958). Os resultados, para esta consideração de $P_i = \phi_i$ para o modelo de Philippi (2001), são apresentados na coluna correspondente ao processo aleatório de interação entre os poros, da Tab. 6.5, para distribuições de tamanho de poros obtidas com morfologia matemática, e, da Tab 6.6, para distribuições de tamanho de poros obtidas com intrusão de mercúrio.

6.4 Resultados de Fator de Formação

Os resultados estimados para o fator de formação foram obtidos utilizando-se a técnica de *Random Walk*, exposta no Capítulo 4. Antes de apresentar os resultados, obtidos para as amostras de rocha reservatório, será apresentada uma

comparação entre os resultados fornecidos pelo algoritmo de *Random Walk* implementado, com os resultados obtidos por Ioannidis et al. (1995). Para isto, considerando-se sistemas porosos com a fase sólida isolante e a fase poro preenchida com um fluido condutor de eletricidade, foram gerados sistemas 3-D reconstruídos com Gaussiana truncada (Liang et al., 1998), considerando-se um modelo de correlação exponencial dado por:

$$R_{\text{exp}}(u) = e^{-\left(\frac{u}{\omega}\right)} \quad (6.1)$$

onde u representa os deslocamentos espaciais e ω um parâmetro associado ao comprimento de correlação. Os sistemas 3-D foram gerados com tamanho linear N de 200 ou 300 *pixels*, variando-se a porosidade ϕ e o parâmetro ω . Na Tab. 6.8, são apresentados os resultados obtidos pelo algoritmo implementado neste trabalho e o algoritmo utilizado por Ioannidis et al. (1995).

Tabela 6.8 - Comparação do fator de formação de microestruturas 3-D modeladas com um modelo de Gaussiana truncada. (*) resultados obtidos no presente trabalho
(**) resultados obtidos por Ioannidis et al. (1995)

ω	ϕ (%)	N (*)	N (**)	ϕ_c (*) (%)	ϕ_c (**) (%)	F (*)	F (**)
4	15	200	200	13,5	13,4	140,00	131,9
4	20	200	200	19,1	19,3	51,51	48,6
4	25	200	200	24,3	24,6	25,56	23,4
4	30	200	200	29,6	29,7	15,84	12,3
8	15	300	200	14,5	10,2	83,78	101,5
8	20	300	200	19,9	18,5	40,19	44,8
16	20	300	200	19,1	18,6	41,04	38,4
16	30	300	200	29,9	28,4	14,92	14,1

Os resultados, obtidos com o algoritmo implementado neste trabalho, ficaram semelhantes aos resultados obtidos por Ioannidis et al. (1995). Deve-se reparar que, em alguns casos, o método de reconstrução tridimensional, utilizado neste trabalho, apresentou estruturas 3-D com um maior volume de poros isolados do que as estruturas 3-D apresentadas por Ioannidis et al. (1995). Nas amostras com ω igual a 8 e a 16, utilizaram-se imagens com N de 300 *pixels*, no intuito de se ter imagens

com menor valor de porosidade isolada. Pois, com o aumento do tamanho das imagens reconstruídas, o modelo de Gaussiana truncada utilizado tem a tendência de diminuir a geração de porosidade isolada. A porosidade conectada é obtida passando-se um filtro de conexão de vizinhança-26, na imagem 3-D reconstruída. Para meios com maiores valores de porosidade, o modelo de Gaussiana truncada utilizado também tende a gerar um menor volume de poros isolados.

Na Tab. 6.8, também é importante observar que, para uma estrutura com a mesma organização, ou seja, um mesmo ω , a variação da porosidade implica numa variação considerável no fator de formação. O que mostra uma forte relação entre estas duas propriedades. Também pode ser observado que o grau de organização do meio poroso influencia nos resultados de fator de formação. Ao se ter dois meios, um com ω maior do que o outro, sendo que um maior ω indica um grau maior de organização, e com valores de porosidade conectada semelhantes, os valores de fator de formação tendem a cair para a microestrutura quem tem o menor ω . As estruturas mais organizadas oferecem menor resistência à passagem da corrente elétrica.

Depois de verificado o funcionamento adequado do algoritmo, passou-se para a obtenção de resultados para as amostras de rocha reservatório. Na Tab. 6.9, são apresentados os valores obtidos e os valores experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela Core Lab. As imagens 3-D foram reconstruídas com N igual a 300 *pixels*. De acordo com o que foi exposto no Capítulo 5, além do tamanho da imagem 3-D, é necessário escolher-se mais dois parâmetros para reconstruir uma imagem com o modelo de Gaussiana truncada utilizado neste trabalho: o alcance de correlação (λ) e o fator de amplificação (η). Estes parâmetros foram escolhidos caso a caso, buscando-se reconstruir imagens 3-D que melhor representassem a microestrutura. Para os valores de porosidade, presentes na Tab. 6.9, e para o tamanho de 300 *pixels*, da imagem tridimensional, utilizando-se um microcomputador Intel/Pentium 4 HT de 3.0 GHz (1MB de cache e 800 MHz de FSB) com 1 GB de memória RAM DDR 400 Hz, o tempo de simulação com o método *Random Walk* ficou na faixa de dois a três minutos.

Na Tab. 6.9, são também apresentados valores para o fator de cementação (m), obtidos através da seguinte relação:

$$m = -\frac{\ln(F)}{\ln(\phi_c)} \quad (6.2)$$

Tabela 6.9 – Resultados de fator de formação para as amostras de rocha reservatório comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela *Core Lab*

Lâmina	ϕ			F		m	
	Experimental	Óptica	Conectada 3-D	Experimental	<i>Random Walk</i>	Experimental	<i>Random Walk</i>
A043_HR	25,7	25,7	21,6	5,2	22,7	1,22	2,04
A044_HR	31,1	25,1	23,4	1,9	20,9	0,53	2,09
A045_HR	28,3	24,4	23,2	9,0	23,8	1,74	2,17
A046_HR	32,2	29,8	29,2	5,6	16,4	1,52	2,27
A047_HR	27,2	26,7	26,4	6,0	20,2	1,37	2,26
A048_HR	16,1	15,3	13,1	52,5	86,9	2,17	2,19
A049_HR	19,0	20,4	17,9	62,6	34,5	2,49	2,06
A050_HR	24,8	22,3	21,7	42,7	41,4	2,69	2,43
CL08	15,0	16,0	13,1	38,4	123,0	1,9	2,37
CL10	15,5	14,6	13,3	50,5	110,0	1,9	2,33
CL18	18,3	16,9	16,1	44,8	66,1	2,1	2,30
CL24	22,0	19,9	18,3	16,7	44,0	1,9	2,23
CL26	24,7	20,3	19,0	12,4	39,6	1,8	2,21

Os resultados obtidos, quando comparados com os resultados experimentais, apresentaram, em geral, valores superestimados. Uma questão a ser abordada, é a da diferença entre a porosidade utilizada na obtenção dos resultados obtidos por simulação e os obtidos experimentalmente. É comum o valor da porosidade óptica ficar abaixo do valor da porosidade experimental, e somado a isso, quando o meio 3-D é reconstruído, geram-se poros isolados. Outro fato é que o modelo utilizado, na reconstrução, mantém os dois primeiros momentos da função de fase: a porosidade e a correlação das imagens bidimensionais; mas não contempla detalhes geométricos da microestrutura porosa. Desta forma, a porosidade, utilizada no cálculo do fator de formação, acaba ficando consideravelmente abaixo da experimental. Para verificar a influência desta variação dos valores de porosidade no resultado de fator de formação das rochas reservatório, foi feita uma mudança nos valores de porosidade das imagens a serem reconstruídas. A partir da correlação média foi obtida a correlação normalizada, e, a partir desta, modificou-se o valor da porosidade, obtida pelo método óptico, para a porosidade experimental. Na Fig. 6.3, é mostrada uma comparação entre as funções de correlação médias para a

porosidade com análise de imagens e para a porosidade experimental da amostra A043_HR. Na Tab. 6.10, são apresentados os resultados obtidos com estas novas imagens reconstruídas.

Tabela 6.10 – Resultados de Fator de Formação para as amostras de rocha reservatório com a porosidade experimental comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo CENPES/Petrobras e pela *Core Lab*

Amostra	ϕ		F		m	
	experimental	Conectada 3-D	Experimental	<i>Random Walk</i>	Experimental	<i>Random Walk</i>
A043_HR	25,7	23,9	5,2	19,4	1,22	2,07
A044_HR	31,1	30,1	1,9	13,7	0,53	2,18
A045_HR	28,3	27,4	9,0	17,7	1,74	2,22
A046_HR	32,2	32,2	5,6	13,3	1,52	2,28
A047_HR	27,2	26,9	6,0	19,2	1,37	2,25
A048_HR	16,1	13,7	52,5	64,9	2,17	2,10
A049_HR	19,0	16,4	62,6	40,6	2,49	2,05
A050_HR	24,8	24,6	42,7	26,8	2,69	2,34
CL08	15,0	13,4	38,4	110,0	1,9	2,34
CL10	15,5	13,3	50,5	109,3	1,9	2,33
CL18	18,3	17,8	44,8	55,4	2,1	2,32
CL24	22,0	21,7	16,7	32,9	1,9	2,28
CL26	24,7	23,8	12,4	24,0	1,8	2,21

Na Tab. 6.10, apesar de os resultados de fator de formação terem se aproximado mais dos resultados experimentais, na maioria dos casos, os valores continuaram superestimados.

Em seu trabalho, Ioannidis et al. (1997) aplicaram o método *Random Walk* a cinco amostras de rochas reservatório e encontraram resultados concordantes para três destas amostras. As outras duas apresentaram valores superestimados. Mesmo as três amostras que apresentaram bons resultados, ficaram com os valores estimados um pouco acima dos resultados experimentais. Como as imagens reconstruídas, neste trabalho de 1997, apresentavam porosidade conectada igual à porosidade experimental, este comportamento foi atribuído ao método utilizado por eles na reconstrução das imagens 3-D.

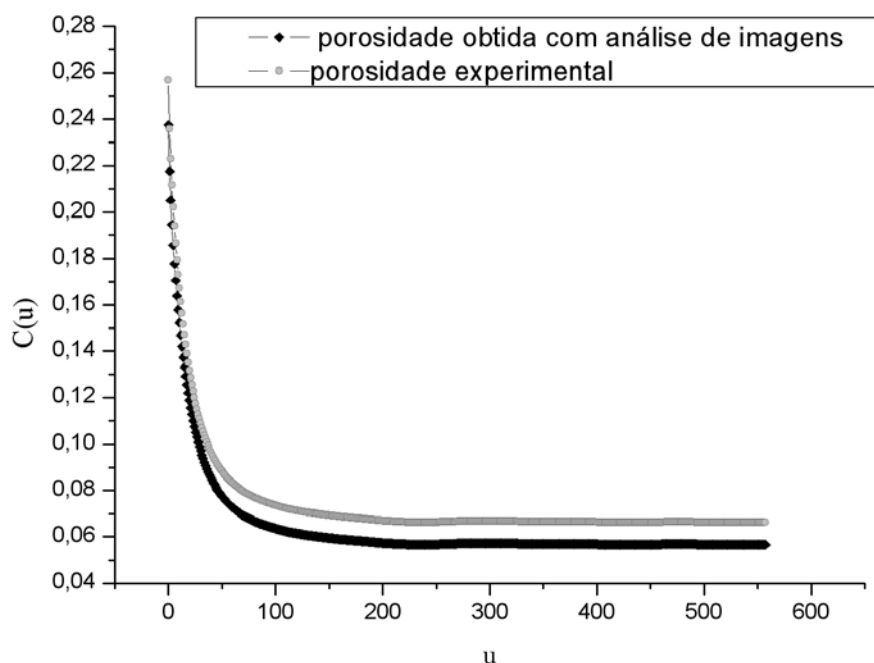


Figura 6.6 – Funções de correlação da amostra A043_HR para a porosidade obtida com análise de imagens e para a porosidade experimental

No que se refere aos valores superestimados, outro ponto a ser abordado é quanto ao tamanho da imagem 3-D. As imagens tridimensionais utilizadas neste trabalho tem tamanho linear de 300 *pixels*, devido a uma limitação computacional. Para verificar qual a influência do tamanho do meio reconstruído, na estimativa do fator de formação, na Tab. 6.11, são apresentadas comparações entre resultados obtidos para algumas amostras com N igual a 300 *pixels* e para um N mínimo, respeitando a hipótese de que N deve ser pelo menos o dobro do alcance de correlação (λ).

Tabela 6.11 – Resultados comparativos para diferentes N

Amostra	N	ϕ_c	F	
			Experimental	<i>Random Walk</i>
A043_HR	300	21,6	5,24	22,65
	260	21,6		23,37
A044_HR	300	23,4	1,85	20,94
	220	23,4		21,41
A046_HR	300	29,2	5,57	16,39
	250	29,2		16,07
A048_HR	300	13,1	52,50	86,94
	250	13,1		84,72
CL08	300	13,1	38,4	123,00
	220	12,7		122,37
CL24	300	18,3	16,7	44,02
	210	18,1		48,15

Como visto, as variações, nos resultados para uma mesma amostra variando-se N , não são tão significativas para os casos apresentados. Porém, fica a hipótese de que, para verificar esta influência do tamanho do meio 3-D, seria necessário um meio maior do que 300 *pixels*. Mas isso que não foi possível neste trabalho, devido a uma limitação computacional.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES

A presente dissertação de mestrado tratou da determinação da permeabilidade intrínseca e do fator de formação de rochas reservatório utilizando-se técnicas de análise de imagens digitais. Objetivou-se não só analisar os modelos computacionais utilizados na determinação destas propriedades, mas também as etapas de captura e segmentação das imagens.

A captura foi feita buscando-se obter imagens com melhores resoluções espaciais, cuidando para que a área capturada mantivesse a representatividade da microestrutura. A etapa de segmentação foi feita buscando-se os limites mais otimistas no que se refere aos valores de porosidade. De fato, devido às dificuldades de binarização das imagens, descritas na seção 5.3, as imagens, comumente, fornecem resultados inferiores aos resultados experimentais.

Na estimativa da permeabilidade intrínseca optou-se pelo uso dos modelos tipo série-paralelo, que utilizam a distribuição de tamanho de poros como entrada e têm a característica de fornecer rapidamente os resultados. Propôs-se o uso de distribuições de tamanho de poros obtidas por morfologia matemática, sendo que, anteriormente utilizavam-se comumente distribuições obtidas a partir das curvas experimentais de pressão capilar.

A comparação feita entre os resultados obtidos utilizando-se distribuições de tamanho de poros obtidas por morfologia matemática e os resultados experimentais de permeabilidade intrínseca revelou que neste caso os modelos série-paralelo fornecem resultados superestimados. Os resultados obtidos utilizando-se as curvas de distribuição de tamanho de poros obtidas por intrusão de mercúrio ficaram bem concordantes com os resultados experimentais. As diferenças entre as distribuições de tamanho de poros obtidas por morfologia matemática e por intrusão de mercúrio explicam o porque de se ter obtido resultados superestimados com as distribuições obtidas por morfologia matemática. Com a intrusão de mercúrio detectam-se os poros menores e superestima-se o volume destes, enquanto os poros maiores normalmente não são detectados ou tem seu volume subestimado. Já com a morfologia matemática o tamanho do menor poro detectado equivale à resolução da imagem. Os microporos podem ter uma contribuição importante na resistência ao escoamento de um fluido pelo meio poroso, o fato de a distribuição de tamanho de

poros obtida com morfologia matemática não contabilizar estes microporos, também, pode ter contribuído para a obtenção de resultados superestimados. Comparando-se as duas distribuições, o menor e o maior poro presentes na curva obtida pela morfologia matemática são maiores do que o menor e o maior poro, respectivamente, da curva obtida por intrusão de mercúrio. E, as distribuições de tamanho de poros obtidas com morfologia matemática apresentam um raio médio maior, implicando em uma estrutura possivelmente mais permeável.

Ainda, a utilização de um parâmetro descritor do grau de organização da geometria porosa seria de grande valia para os modelos-série-paralelo. Um dos motivos de o modelo de Reznik (1971) ter chamado a atenção foi que neste modelo procurou-se levar em conta a organização do meio. Este modelo fornece os limites inferior e superior de um intervalo de possíveis valores de permeabilidade para uma amostra. Vale ressaltar que este intervalo não necessariamente contém o valor experimental de permeabilidade para uma dada amostra, neste caso, o modelo de Reznik (1971) não se aplicaria. O limite inferior é dado quando se considera um processo aleatório de interação entre os poros e o limite superior é dado quando se considera um processo determinístico de interação entre os poros. Um parâmetro descritor da organização da geometria porosa, que poderia ser chamado de “grau de organização” ou de “aleatoriedade”, serviria para saber dentro deste intervalo qual o valor mais apropriado de permeabilidade para uma determinada microestrutura.

Para a estimativa do fator de formação utilizou-se o método de *Random Walk* para determinar a condutividade elétrica efetiva de um meio poroso saturado com um fluido condutor de eletricidade. Este método mostrou-se robusto para a determinação da condutividade.

Ao aplicar este método para a determinação do fator de formação de rochas reservatório os resultados obtidos pelo método computacional ficaram acima dos resultados experimentais. Um dos motivos para essa diferença nos resultados pode ser atribuído ao fato de se ter as porosidades dos meio 3-D reconstruídos abaixo das porosidades experimentais, o que é um fato comum, pois os métodos ópticos de determinação de porosidade normalmente fornecem resultados subestimados quando comparados com outros métodos. Para verificar a influência destas diferenças nos valores de porosidade, reconstruíram-se imagens 3-D com valores de porosidade fornecidos pelas análises petrofísicas. Mesmo assim os resultados mantiveram-se superestimados. Um dos motivos para isto ter ocorrido pode ser o fato de que o modelo de reconstrução utilizado gera porosidade isolada, deixando,

desta forma, a porosidade conectada da imagem 3-D menor do que a porosidade experimental. O modelo de reconstrução utilizado busca preservar os dois primeiros momentos da função de fase, mas não contempla detalhes geométricos da microestrutura porosa, o que também pode ter contribuído para a obtenção de valores superestimados para o fator de formação.

Outro fato que pode influenciar nos resultados obtidos para o fator de formação é quanto ao tamanho das imagens 3-D utilizado. Procurou-se avaliar a influência deste parâmetro na obtenção do fator de formação com o método de *Random Walk*, mas devido a uma limitação computacional não foi possível aprofundar esta avaliação.

Tanto para os resultados experimentais de permeabilidade intrínseca como de fator de formação, não foram disponibilizados os desvios e as confiabilidades, o que enriqueceria a análise comparativa feita entre estes resultados e os resultados obtidos com as técnicas utilizadas neste trabalho.

Ficam como sugestões para trabalhos futuros os seguintes assuntos:

- Comparar os resultados de permeabilidade intrínseca obtidos por simulação do escoamento pelos modelos de *Lattice Gas Booleano* e *Lattice Boltzmann* com os resultados obtidos pelos modelos série-paralelo;
- Incluir nos modelos série-paralelo um parâmetro descritor do grau de organização da geometria porosa, o que contribuiria para a escolha do melhor modelo a ser utilizado: aleatório, determinístico ou um grau de organização intermediário;
- Obter resultados para o fator de formação com o método de *Random Walk* utilizando o método das Esferas Sobrepostas (Santos et al., 2002) para reconstruir as imagens tridimensionais;
- Obter resultados para o fator de formação com o método de *Random Walk* utilizando o método *Simulated Annealing* (Talukdar e Torsaeter, 2002) para reconstruir as imagens tridimensionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADLER, P.M., JACQUIN, C.G., QUIBLIER, J.A. **Flow in simulated porous media**, *Int. J. Multiphase Flow* **16**, 691-712, 1990.

ARCHIE, G. E. **Electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics**, Trans AIME, v. 146, p. 54-67, 1942.

BUENO, A.P. **Estudo Geométrico das Representações Tridimensionais da Estrutura Porosa e Grafo de Conexão Serial para a Determinação da Permeabilidade Intrínseca de Rochas Reservatório de Petróleo**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, 2001.

CHASSERY, J.M., MONTANVERT, A. **Géométrie Discrete en Analyse d' Images**. Hermes, Paris, 1991.

CHILDS, E.C., COLLIS-GEORGE, N. **The permeability of porous materials**, Proc. Roy. Soc., London, A201, p.392-405, 1950.

COSTER, M., CHERMANT, J.L. **Precis D'analyse D'images**. Presses du CNRS, Paris, 1989.

DE GASPERI, P.M.S. **Estimativa de Propriedades Petrofísicas através da Reconstrução 3-D do Meio Poroso a partir da Análise de Imagens**. Mestrado em Engenharia de Petróleo – Universidade Estadual de Campinas – Faculdade de Engenharia Mecânica – Depto. de Engenharia de Petróleo, Campinas-SP, 1999.

DE GENNES, P.G. **La percolation: un concept unificateur**, La Recherche, n.72, 1976.

DULIEN, F. A. L. **Porous Media – Fluid Transport and Pore Structure**. Second Edition, Academic Press, Inc., 1991.

FERNANDES, C.P. **Caracterização Morfológica de Espaços Porosos: Reconstrução Multiescala e Simulação de Processos de Invasão de Fluidos Não-Molhantes**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, 1994.

FERNANDES, C.P., **Monografia para o Concurso de Professor Adjunto do Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC na Área de Caracterização de Microestruturas com Técnicas de Análise de Imagens**. Florianópolis-SC, 2002.

FERNANDES, C.P.; PHILIPPI, P.C.; GASPARI, H.C. **Determinação da Permeabilidade a partir da Distribuição de Tamanho de Poros**, 2º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás, Rio de Janeiro-RJ, 2003.

HAJI-SHEIKH, A. e SPARROW, E.M. **SIAM**, J. Appl. Math, 14, 370, 1966.

IMAGO. Disponível em: <<http://www.imagosystem.com.br/>>.

IOANNIDIS, M.A.; KWIECIEN M.; & CHATZIS, I. **Computer Generation and Application of 3-D Model Porous Media: From Pore-Level Geostatistics to the Estimation of Formation Factor**. SPE paper 30201, 185-194, 1995.

IOANNIDIS, M.A.; KWIECIEN, M.J.; CHATZIS, I. **Electrical Conductivity and Percolation Aspects of Statistically Homogeneous Porous Media**, Transport in Porous Media, v. 29, p. 61-83, Kluwer Academic Publishers, 1997.

LIANG, Z.R. **Computer Generation and Application of 3-D Reconstructed Porous Structure: From 2-D Images to the Prediction of Permeability**. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, 1997.

LIANG, Z.R. et al. **A reconstruction technique for three-dimensional porous media using image analysis and fourier transforms**. Journal of Petroleum Science & Engineering, v. 723, 1998.

- MARSHALL, T.J. **A relation between permeability and size distribution of pores.** J. Soil Sci., v. 9, n.1, p.1-8, 1958.
- MILLINGTON, R.J., QUIRK, J.P., **Permeability of Porous Solids**, *Trans. Faraday Soc.*, v. 37, p.1200-1206, 1960.
- MOSCHETTO, C. **Caractérisation de la structure poreuse des matériaux par analyse d'images: apport des distances discrètes à la morphologie mathématique**, Rapport de Stage, LTHE, Grenoble, 49p, 1991
- PAPOULIS, A. **Probability, Random Variables, and Stochastic Processes**, McGraw-Hill, Inc., New York, 1965.
- PHILIPPI, P.C.; FERNANDES, C.P. Notas de Aula – EMC5483 – Escoamento de Fluidos em Meios Porosos. EMC/UFSC, 2001.
- QUIBLIER, J.A. **A new three-dimensional modeling technique for studying porous media**, *J. Colloid Interface Sci.* 98: 84-102, 1984.
- REZNIK, A.A. **Permeability and Porosity Predictions from a Cut-and-Rejoining Model and Pore-Size Distribution**, *Ph.D. thesis*, University of Pittsburgh, 1971.
- ROCHA, W.R.D. **Determinação de Parâmetros Estruturais de Espumas Cerâmicas e Industriais por transmissão de Raios Gama e Microtomografia de Raios X**. Dissertação de Mestrado, Pós-Graduação em Física da Universidade Estadual de Londrina, Londrina PR, 2005.
- SAHIMI, M. **Applications of Percolation Theory**, Taylor & Francis, London, 1994.
- SANTOS, L.O.E. et al. **Using three-dimensional reconstructed microstructures for predicting intrinsic permeability of reservoir rocks based on a Boolean lattice gas method**. Journal of Petroleum Science & Engineering, v. 35, p.109-124, 2002.

SANTOS, L.O.E. et al. **Reconstrução Tridimensional de Microestruturas Porosas com o Método das Esferas Sobrepostas**, Paper CIT02-0449, 9º Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas, ENCIT 2002, Caxambu/MG, out. de 2002.

SANTOS, L.O.E. et al. **Prediction of Intrinsic Permeabilities with Lattice Boltzmann Method**, 18th International Congress of Mechanical Engineering November 6-11, Ouro Preto-MG, 2005.

SETHI, D. K. **Some Considerations about the Formation Resistivity Factor – Porosity Relations**, SPWLA – Twentieth Annual Logging Symposium, jun. 1979.

SCHMIDT, V., Mc DONALD, D.A., PLATT, R.L., **Pore Geometry and Reservoir Aspects of Secondary Porosity in Sandstones**. Bull. Can. Pet. Geol., 25 (2), p.271-290, 1977.

TALUKDAR, M. S.; TORSÆTER, O. **Reconstruction of chalk pore networks from 2D backscatter electron micrographs using a simulated annealing technique**, Journal of Petroleum Science Engineering, v. 33, p. 265-282, 2002.

THIEL, E. **Amélioration des distances du chanfrein. Construction de la ligne médiane et décomposition des formes**, Mémoire de DEA, Grenoble, Institut de Mécanique de Grenoble, 1991.

WOLF, F.G. **Simulação de Processos de Deslocamento Miscível Utilizando Modelos de Gás em Rede com Mediadores de Campo**. Mestrado em Engenharia Mecânica – Universidade Federal de Santa Catarina – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Florianópolis-SC, 2002.

ANEXO A

O MODELO DE GAUSSIANA TRUNCADA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Transformações lineares e particularmente a transformada de Fourier são de utilização freqüente em análise de imagens. Define-se para o caso 2-D o par de transformadas de Fourier discreta: $\mathfrak{T}\{f(x,y)\} = \hat{f}(u,v)$ e $\mathfrak{T}^{-1}\{\hat{f}(u,v)\} = f(x,y)$, onde as variáveis (x,y) e (u,v) se referem aos domínios espacial e transformado em freqüência respectivamente. A transformada de Fourier na forma exponencial se escreve: $\hat{f}(u,v) = \left| \hat{f}(u,v) \right| e^{j\phi(u,v)}$, onde o módulo $\left| \hat{f}(u,v) \right|$ é denominado de Fourier *spectrum* de $f(x,y)$ e $\phi(u,v)$ é o denominado ângulo de fase. O quadrado do Fourier *spectrum* é denominado o *power spectrum* de $f(x,y)$: $\wp[f(x,y)] = \left| \hat{f}(u,v) \right|^2$.

A transformadada de Fourier da função de correlação $R_f(\vec{u})$ de um campo $f(\vec{r})$ é o *power spectrum* do campo, resultado este conhecido como o teorema de Wiener-Khinchin:

$$\hat{R}_f(\vec{p}) = \mathfrak{T}\{R_f(\vec{p})\} = \left| \mathfrak{T}\{f\} \right|^2 \quad (\text{A.1})$$

Por outro lado, uma dificuldade associada com o método de Gaussiana truncada no domínio espacial reside na solução do sistema para a obtenção dos coeficientes que permitirão a geração do campo $Y(\vec{x})$ que com o posterior truncamento conduz ao campo com as propriedades desejadas $Z(\vec{x})$.

Além disso, o método consome grande tempo computacional para a realização da combinação linear que realiza a transformação $X(\vec{x}) \rightarrow Y(\vec{x})$. Esses problemas são acentuados para estruturas porosas fortemente correlacionadas. Para contornar essas dificuldades Liang (1997) e Liang et al. (1998) fazem a geração do campo $Y(\vec{x})$ diretamente de sua correlação $R_Y(u)$ e não realizam a transformação $X(\vec{x}) \rightarrow Y(\vec{x})$. A geração do campo $Y(\vec{x})$ é baseada em um teorema de existência descrito em Papoulis (1965), apud Fernandes (2002): “dada uma

função positiva definida $R(u)$ isto é, $R(u) \leq R(0)$ para qualquer u real e com a transformada de Fourier real e positiva, é possível encontrar um processo estocástico tendo $R(u)$ como sua função de correlação". Este teorema é estabelecido gerando-se um processo normal com autocorrelação $R(u)$. Desta forma dada a correlação $R_Y(u)$, positiva definida pode se encontrar o campo $Y(\vec{x})$ que obedece esta correlação. Ainda, segundo o teorema de Wiener-Khinchin, a transformada de Fourier de uma função de autocorrelação $R_f(u)$ de um campo $f(\vec{x})$ é o *power spectrum* da transformada. Desta forma, com o conhecimento da correlação $R_Y(u)$ pode-se realizar a geração do campo $Y(\vec{x})$. Esta é a base do método proposto por Liang et al. (1998), sendo agora o campo $Y(\vec{x})$ truncado pelo operador G , exposto a seguir, para a obtenção do campo desejado $Z(\vec{x})$.

Para obter o campo desejado $Z(\vec{x})$, o campo $Y(\vec{x})$ é submetido a um filtro não linear G : $Z(\vec{x}) = G[Y(\vec{x})]$.

O campo $Y(\vec{x})$ é gaussiano normal, de forma que sua função de distribuição é dada por:

$$F_y(y) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^y \exp\left(\frac{-y^2}{2}\right) dy \quad (\text{A.2})$$

O operador G é definido de tal forma que quando a variável $Y(i, j, k)$ assume o valor y , a variável $Z(i, j, k)$ assume o valor z :

$$z = \begin{cases} 1, & \text{se } F_y \leq \phi \\ 0, & \text{se não} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Assim, a média de $Z(\vec{x})$ será igual a ϕ e sua variância será igual a $(\phi - \phi^2)$.

A correlação do campo $Z(\vec{x})$ é relacionada com o campo $Y(\vec{x})$ através de:

$$R_Z(u) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m^2 [R_Y(u)]^m \quad (\text{A.4})$$

O método de Liang et al. (1998) para a realização de um campo com porosidade e correlação desejadas pode ser assim sumarizado:

- A porosidade ϕ e a correlação normalizada $R_Z(u)$ são medidas na imagem 2-D;
- A partir de ϕ e $R_Z(u)$ determina-se $R_Y(u)$ pela Eq. A.4;
- O *power spectrum* do campo Y é determinado pela transformada de Fourier de $R_Y(u)$, teorema de Wiener-Khinchin, utilizando-se um algoritmo de transformada rápida de Fourier. O *Fourier spectrum* é então obtido do *power spectrum*.
- O ângulo de fase do campo Y é gerado aleatoriamente com uma distribuição uniforme entre 0 e 2π ,
- O campo $Y(\vec{x})$ é obtido pela transformada inversa de $\hat{Y}(\vec{p})$,

$$Y(\vec{x}) = \mathfrak{F}^{-1} \left\{ \hat{Y}(\vec{p}) \right\};$$
- O campo $Z(\vec{x})$ é obtido com o filtro não linear G , Eq. A.3.

Para a efetivação do processo de reconstrução alguns parâmetros devem ser considerados, os quais são apresentados no Capítulo 5, seção 5.4.

ANEXO B

NOCÕES DE GEOMETRIA DISCRETA E MORFOLOGIA MATEMÁTICA

B.1 Conceitos de Geometria Discreta

Para a manipulação de imagens digitais, devemos definir vários conceitos no espaço discreto, como métricas e relações de vizinhança entre os pixels. A seguir são expostos conceitos fundamentais para o trabalho com imagens digitais.

B.1.1 Métricas d_4 e d_8

Define-se uma métrica (relação definida positiva, simétrica e respeitando a desigualdade triangular) chamada d_4 (*City Block Distance, métrica do quarteirão*), cuja distância para dois *pixels* $P(i_P, j_P)$ e $Q(i_Q, j_Q)$ é dada por:

$$d_4(P, Q) = |i_P - i_Q| + |j_P - j_Q| \quad (\text{B.1})$$

Os quatro *pixels* Q , distintos de P que verificam $d_4(P, Q) \leq 1$ são os chamados vizinhos diretos de P , ou a 4-vizinhança de P , veja-se Fig. A.1.a.

Define-se uma outra métrica designada d_8 (*Chessboard Distance, métrica do tabuleiro de xadrez*), dada por:

$$d_8(P, Q) = \max(|i_P - i_Q|, |j_P - j_Q|) \quad (\text{B.2})$$

Os oito *pixels* Q distintos de P , que verificam $d_8(P, Q) \leq 1$ constituem a 8-vizinhança de P : quatro são os vizinhos diretos como na métrica d_4 e os outros quatro são vizinhos indiretos (com adjacência pela diagonal), veja-se Fig. B.1.b.

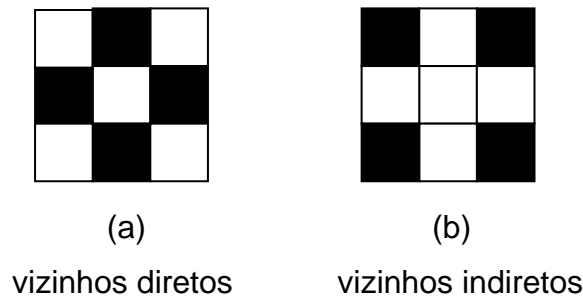


Figura B.1 – Representação das vizinhanças: (a) vizinhos diretos de P (em preto) e (b) vizinhos indiretos de P (em preto).

As propriedades respeitadas pelas métricas são:

- definida positiva: $d(P, Q) \geq 0$, $d(P, Q) = 0 \Leftrightarrow P = Q$
- simetria: $d(P, Q) = d(Q, P)$, $\forall (P, Q)$
- desigualdade triangular: $d(P, R) \leq d(P, Q) + d(Q, R)$, $\forall (P, Q, R)$

Estas definições de *pixels* adjacentes no espaço discreto conduzem às noções de caminhos conexos, componentes conexos, arcos e curvas. Para a introdução dessas noções, considera-se uma imagem em um suporte discreto, representada por uma matriz $Im(i, j)$ que assume apenas os valores 0 e 1. Trata-se portanto da representação de uma imagem binária em uma malha quadrada.

B.1.2 Aproximação discreta da distância euclidiana - métricas de chanfro

Na seção B.1.1 as métricas d_4 e a d_8 foram definidas, que são as métricas de base para o espaço discreto Z^2 . Estas métricas fornecem as noções de *pixels* adjacentes, implicando em uma noção de conexidade. As distâncias entre dois *pixels* P e Q associadas a d_4 e a d_8 apresentam a característica de poderem ser calculadas a partir do número de deslocamentos elementares necessários para ir de P até Q , através de um dos mais curtos caminhos ligando estes *pixels*. Estes deslocamentos elementares e os caminhos conexos estão ligados à noção de pontos adjacentes e são dependentes da métrica utilizada. Para d_4 os deslocamentos se fazem pela 4-vizinhança e para d_8 na 8-vizinhança. Deve ser observado que um caminho conexo entre dois *pixels*, correspondendo à distância entre os dois *pixels* sempre existe, contudo ele não é único.

Para a construção de algoritmos envolvendo cálculos de distância, torna-se útil a definição de máscaras, representando as métricas. Na Fig. B.2 mostram-se as máscaras de base para as métricas d_4 e d_8 , observando-se que o valor de distância

para os vizinhos diretos (em d_4) e diretos e indiretos (em d_8), que serão chamados de ponderações locais são todos iguais a 1.

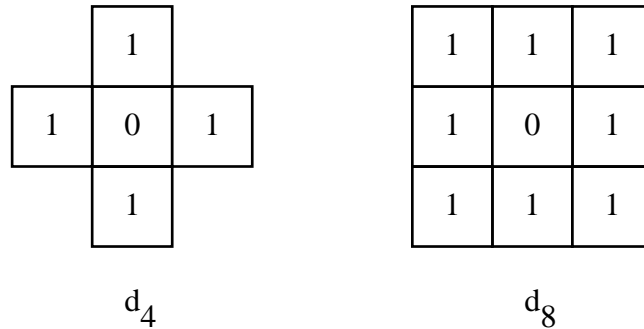


Figura B.2 – Ponderações para deslocamentos associados às métricas d_4 e d_8

O cálculo da distância entre dois *pixels* P e Q quaisquer no espaço discreto Z^2 é feito, gerando-se os valores intermediários de distância entre P e Q . A máscara é centrada em P e os *pixels* da sua vizinhança são modificados de acordo com as ponderações da métrica. O mesmo é feito para os *pixels* intermediários ainda não afetados pela máscara, indo de P a Q : o valor retido para cada *pixel* é o mínimo entre os valores da vizinhança mais a ponderação local.

Na Fig. B.3 ilustra-se com um exemplo o cálculo da distância entre dois *pixels* com a métrica d_8 .

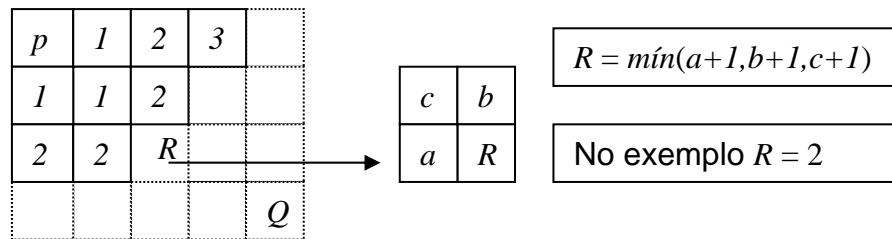


Figura B.3 – Um exemplo de cálculo de distância entre dois *pixels*

O problema associado às métricas d_4 e d_8 reside no fato de que os valores de distância por elas fornecidos se afastam bastante daqueles fornecidos pela distância euclidiana d_E , dada por:

$$d_E(P, Q) = \left[(i_P - i_Q)^2 + (j_P - j_Q)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{B.3})$$

Desta forma, parece natural definir ponderações locais inteiras com valor aproximado da distância euclidiana. Para máscaras de chanfro com dois parâmetros “a” e “b”, respectivamente a ponderação para os vizinhos diretos e indiretos, procura-se aproximar $\sqrt{2}$ por frações b/a , Thiel (1991), Chassery e Montanvert (1991), Moschetto (1991).

Uma ponderação bastante utilizada é $a=3$ e $b=4$, donde vem a aproximação: $(1, \sqrt{2}) \rightarrow (1, 4/3)$. Esta aproximação dá origem à métrica de chanfro d_{3-4} e sua máscara de base é mostrada na Fig. B.4.

$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$
1	P	1
$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$

→

4	3	4
3	P	3
4	3	4

Figura B.4 – Ponderações locais para a métrica d_{3-4}

Chanfros envolvendo vizinhanças maiores (com parâmetros “a”, “b” e “c”) foram também propostos, como o d_{5-7-11} obtida a partir da aproximação $(1, \sqrt{2}, \sqrt{5}) \rightarrow (1, 7/5, 11/5)$.

Na Fig. B.5 mostra-se a máscara de base para esta métrica. Um estudo bastante completo acerca de métricas de chanfro é feito em Thiel (1991).

	$\sqrt{5}$		$\sqrt{5}$	
$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
	1	P	1	
$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
	$\sqrt{5}$		$\sqrt{5}$	

→

	11		11	
11	7	5	7	11
	5	P	5	
11	7	5	7	11
	11		11	

Figura B.5 – A máscara de base para a métrica d_{5-7-11}

B.1.3 Imagem de distância ao complementar (IDC) e bolas de chanfro

Os conceitos de imagem de distância ao complementar e de bolas de chanfro são bastante úteis em aplicações de morfologia matemática.

Para a definição da IDC considere-se uma imagem binária. Define-se uma imagem transformada da binária onde para cada *pixel* da fase de interesse \mathfrak{I} se faz corresponder a sua distância mínima à fase complementar de acordo com a métrica utilizada. Assim, nessa codificação de imagem tem-se a informação para cada *pixel* da fase a que pertence e adicionalmente sua distância mínima à fase complementar.

A partir dos deslocamentos elementares, pode-se definir um algoritmo seqüencial para o cálculo de distâncias, que necessita de apenas duas passagens na imagem. Para tanto, as máscaras de base são decompostas em duas semi-máscaras, uma dita anterior para um percurso na imagem “de alto a baixo e da esquerda para a direita”; a outra dita posterior servindo a um percurso “de baixo para o alto e da direita para a esquerda”. Na Fig. B.6 mostram-se as duas semi-máscaras para a métrica d_{3-4} , a anterior ($m_{d34-ant}$) e a posterior $m_{d34-post}$. O pixel de posicionamento de uma semi-máscara sobre o pixel corrente da imagem é o de valor igual a 0.

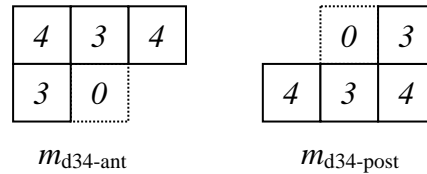


Figura B.6 – As semi-máscaras para a métrica d_{3-4}

O algoritmo seqüencial para a obtenção de IDC em uma imagem $Im(i,j)$ de tamanho $M \times N$ é dado por (Chassery e Montanvert, 1991):

Percurso “do alto para baixo e da esquerda para a direita”

Para i de 1 até M

Para j de 1 até N

$$M(i, j) = \text{mínimo}_{(k,l) \in m_{d34-ant}} [Im(i + k, j + l) + m_{d34-ant}(k, l)]$$

Percurso “de baixo para cima e da direita para a esquerda”

Para i de N até 1

Para j de M até 1

$$M(i, j) = \text{mínimo}_{(k,l) \in m_{d34-pos}} [Im(i, j), Im(i + k, j + l) + m_{d34-post}(k, l)]$$

Onde $m_{d_{34-ant}}(k,l)$ e $m_{d_{34-post}}(k,l)$ assumem os valores de ponderação para cada (k,l) da máscara, Fig. B.6.

Na Fig. B.7 é mostrado um exemplo de imagem binária e sua correspondente codificada em distância ao complementar.

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Imagem original
Fase de interesse = 1

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3	3	3	3	0	0
0	3	4	6	6	4	3	0
0	3	6	8	8	6	3	0
0	3	6	7	6	4	3	0
0	3	4	4	3	3	0	0
0	0	3	3	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

Imagem de distância ao complementar

Figura B.7 – Uma imagem binária e sua codificação em IDC com métrica d_{3-4}

Para a construção de uma bola de raio R associada a uma dada métrica, pode-se utilizar o conceito de imagem de distância ao complementar. Para tanto, considera-se uma imagem de tamanho infinito onde a cada *pixel* é atribuído o valor 1, com exceção do centro a qual é dado o valor 0, correspondendo ao complementar. Calcula-se assim, a distância de cada *pixel* ao centro.

Um algoritmo para a geração das bolas é facilmente construído, sendo possível armazenar as informações de *pixels* pertencentes à bola em um vetor unidimensional de tamanho $2R+1$, sendo R o raio da bola (Moschetto, 1991).

Na Fig. B.8 mostram-se bolas de raio R igual a 2 para as métricas d_4 , d_8 e d_{3-4} .

		2		
	2	1	2	
2	1	0	1	2
	2	1	2	
		2		

d_4

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

d_8

		6		
	4	3	4	
6	3	0	3	6
	4	3	4	
		6		

d_{3-4}

Figura B.8 – Bolas de raio igual a 2 para as métricas d_4 , d_8 e d_{3-4}

Na Fig. B.9 mostra-se o comportamento das bolas geradas para as métricas d_4 , d_8 e d_{3-4} , que são respectivamente um paralelogramo, um quadrado e um octógono. Com a métrica d_{5-7-11} obtém-se um hexadecágono e à medida que se utilizam métricas envolvendo vizinhanças maiores, o número de lados do polígono gerado cresce, tendendo ao círculo.



Figura B.9 – Aspecto das bolas para as métricas d_4 , d_8 e d_{3-4}

Estas bolas, chamadas de elementos estruturantes na terminologia da morfologia matemática, são utilizadas como padrões para a realização de operações morfológicas como a operação de abertura, a ser apresentada no Capítulo 4 para a determinação do tamanho de objetos em uma imagem.

B.2 Noções de Morfologia Matemática

A morfologia matemática, que é fundamentada na teoria dos conjuntos, permite uma descrição da forma dos objetos de uma imagem. A idéia de base consiste em comparar os objetos da imagem com um objeto de forma conhecida chamado elemento estruturante (Coster e Chermant, 1989).

A morfologia matemática tem sido utilizada para diversos processamentos de imagens tais como: segmentação de formas, detecção de contornos de objetos, obtenção de esqueletos dos objetos, etc.

Aqui, o objetivo é a utilização da operação de abertura para a determinação da distribuição de tamanhos de objetos, poros e sólidos, em imagens binárias. A seguir, são definidas as operações básicas de erosão e de dilatação e a operação combinada de abertura.

B.2.1 Operação de Erosão

Considere-se um objeto X contido no espaço R^2 e um elemento estruturante B , que sem perda de generalidade para a definição seja, por exemplo, um círculo. Define-se o erodido de X por B , $E^B(X)$, como:

$$E^B(X) = \{x \in R^2 : B_x \subset X\} \quad (\text{B.4})$$

onde B_x denota o centro do elemento estruturante implantado em cada ponto x .

Desta forma, para cada posição x em R^2 , o centro do elemento estruturante é implantado, e são considerados pertencentes ao objeto erodido os pontos x tais que B_x fica completamente incluso em X . Esta mesma definição é utilizada em espaços discretos. Na Fig. B.10 ilustra-se o princípio da erosão.

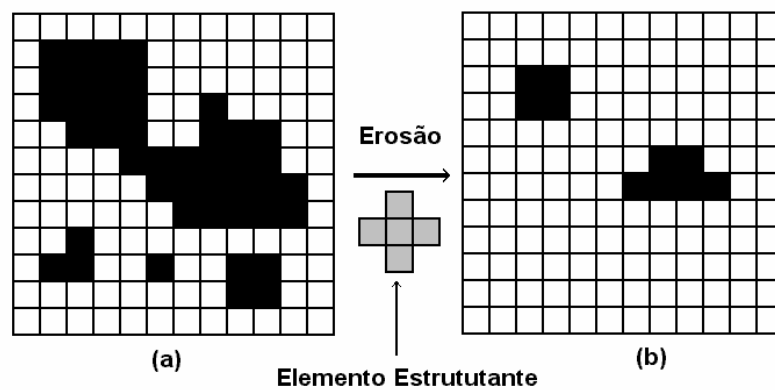


Figura B.10 – Ilustração do princípio da operação de erosão

B.2.2 Operação de Dilatação

O dilatado de X por B , $D^B(X)$, é definido como:

$$D^B(X) = \{x \in R^2 : B_x \cap X \neq \emptyset\} \quad (\text{B.5})$$

Assim, o objeto dilatado consiste do conjunto de pontos x tais que o centro do elemento estruturante implantado em x tem uma intersecção não nula com X . Na Fig. B.11 ilustra-se o princípio da operação de dilatação.

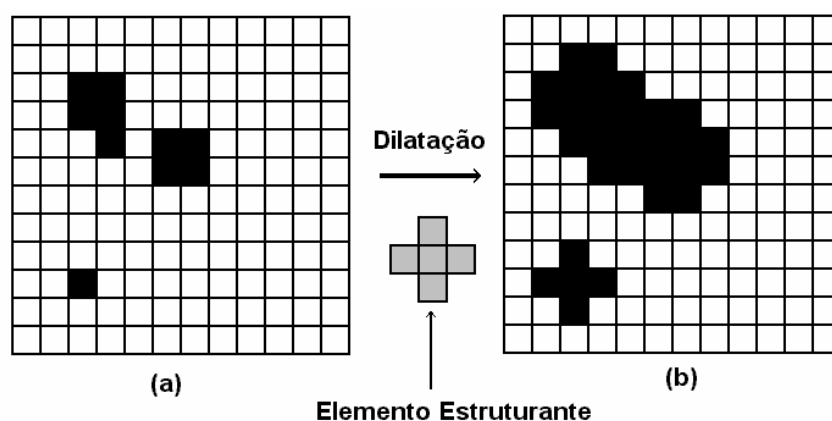


Figura B.11 – Ilustração do princípio da operação de dilatação

B.2.3 Operação de Abertura

A abertura consiste de uma operação de erosão com uma dada bola sendo a imagem resultante submetida a uma operação de dilatação com a mesma bola. Uma ilustração da operação de abertura é mostrada na Fig. B.12.

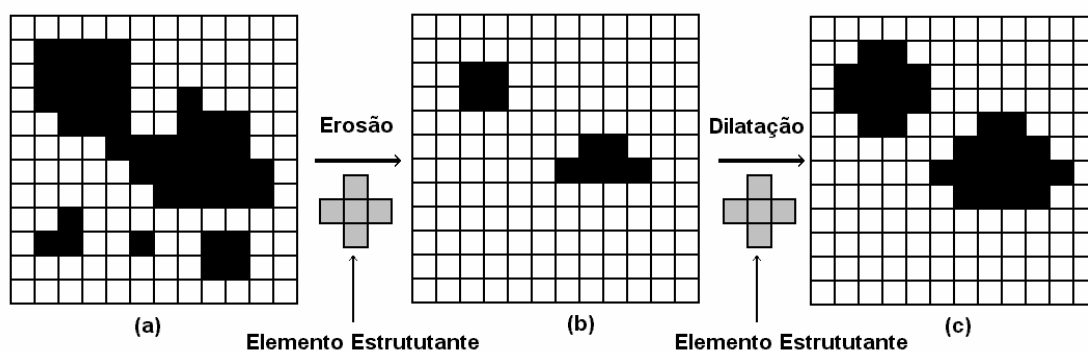


Figura B.12 – Ilustração da operação de abertura

As operações de erosão e dilatação são classicamente realizadas tendo-se o círculo (no espaço discreto) como elemento estruturante. Entretanto, dado que é fundamentado na distância euclidiana, a utilização do círculo nos conduz à manipulação de números reais.

Utilizam-se os elementos estruturantes apresentados na seção B.1 baseados nas métricas d_{3-4} e d_{5-7-11} que como vistos são octógonos e hexadecágonos respectivamente.

Outra questão diz respeito ao fato de que classicamente as operações são realizadas na imagem binária, o que requer testes entre os conjuntos elemento

estruturante e imagem como definidos pelas Eq. B.4 e Eq. B.5. Neste trabalho, as operações são realizadas na imagem de distância ao complementar (IDC), acarretando em uma grande diminuição do número de operações envolvidas para a realização da erosão e da dilatação. De fato, como visto na seção B.1.3 a imagem binária contém apenas a informação a que fase um dado pertence, enquanto que na imagem de distância ao complementar tem-se a informação da fase a que pertence o *pixel* e adicionalmente sua distância mínima à fase complementar.

Com a consideração da imagem de distância ao complementar para se realizar uma operação de abertura com uma bola d_{3-4} de raio R procedem-se as etapas:

- erosão: conservam-se os *pixels* de valor de IDC superior a $3R$;
- dilatação: os *pixels* do contorno do objeto, após a erosão, terão valor de IDC compreendido entre $[3R, 3(R+1)]$ e os do interior valores superiores a $3(R+1)$. Conserva-se os *pixels* interiores e gera-se a bola em torno dos *pixels* do contorno do objeto.

A operação de abertura com bolas oriundas da métrica d_{5-7-11} segue idéias completamente análogas à da abertura com métrica d_{3-4} .